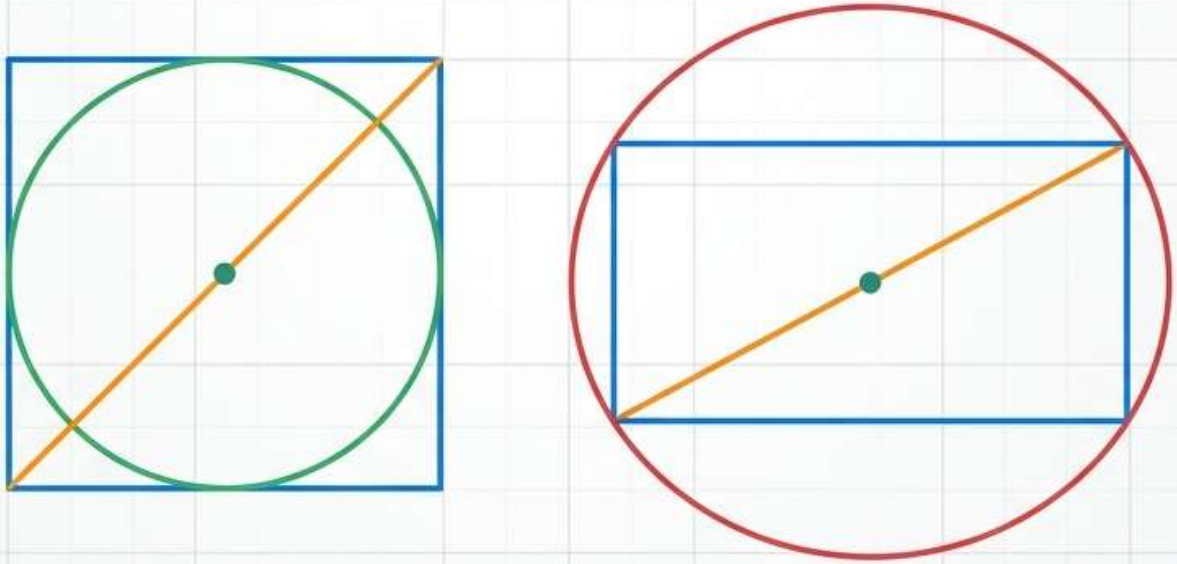
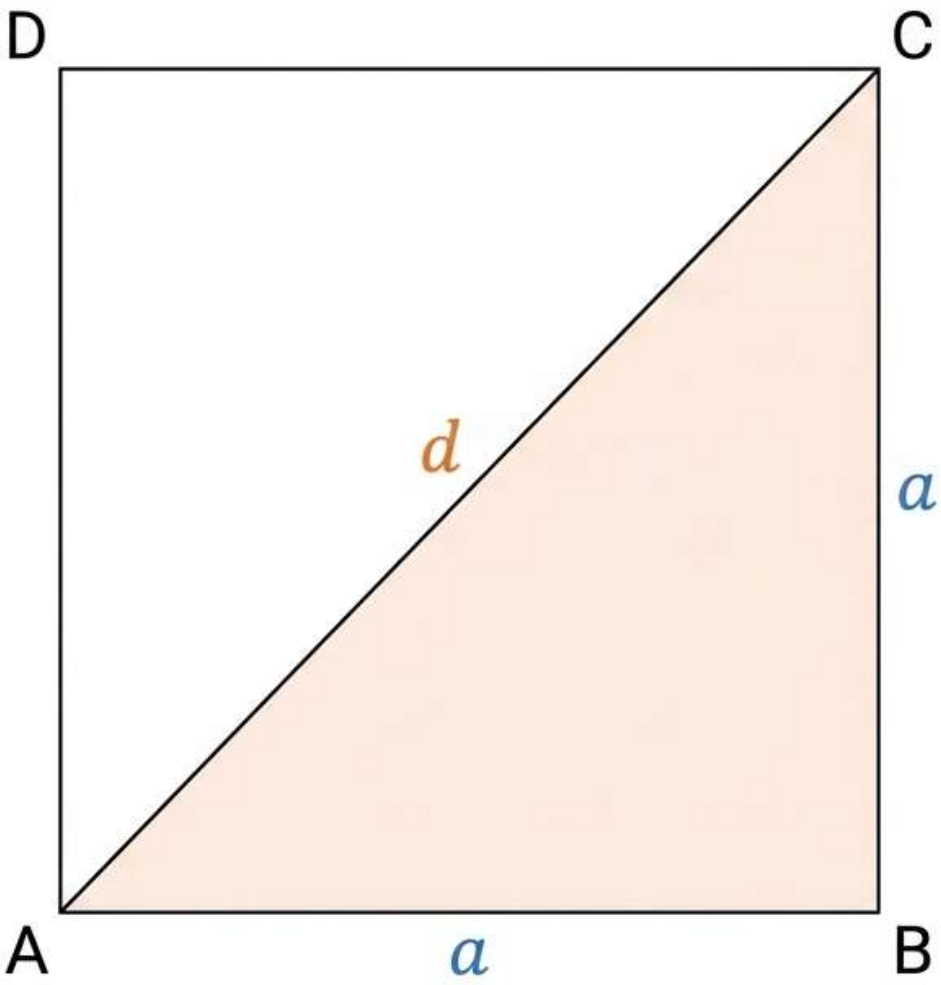
Примена Питагорине теореме: Квадрат и правоугаоник

Детаљан водич са решеним примерима и поступцима корак-по-корак





Анатомија квадрата: Рачунање дијагонале

Корак 1: Уочавамо правоугли троугао где су катете странице квадрата (a), а хипотенуза дијагонала (d).

Корак 2: Питагорина теорема гласи:

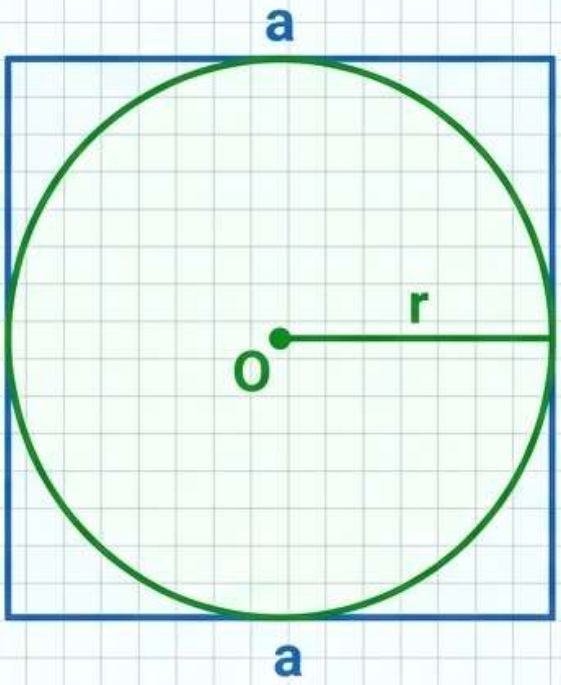
$$d^2 = a^2 + a^2$$

Корак 3: $d^2 = 2a^2$ из чега следи главна формула:

$$d = a\sqrt{2}$$

Callout Box: Свака дијагонала квадрата је тачно $\sqrt{2}$ пута дужа од његове странице.

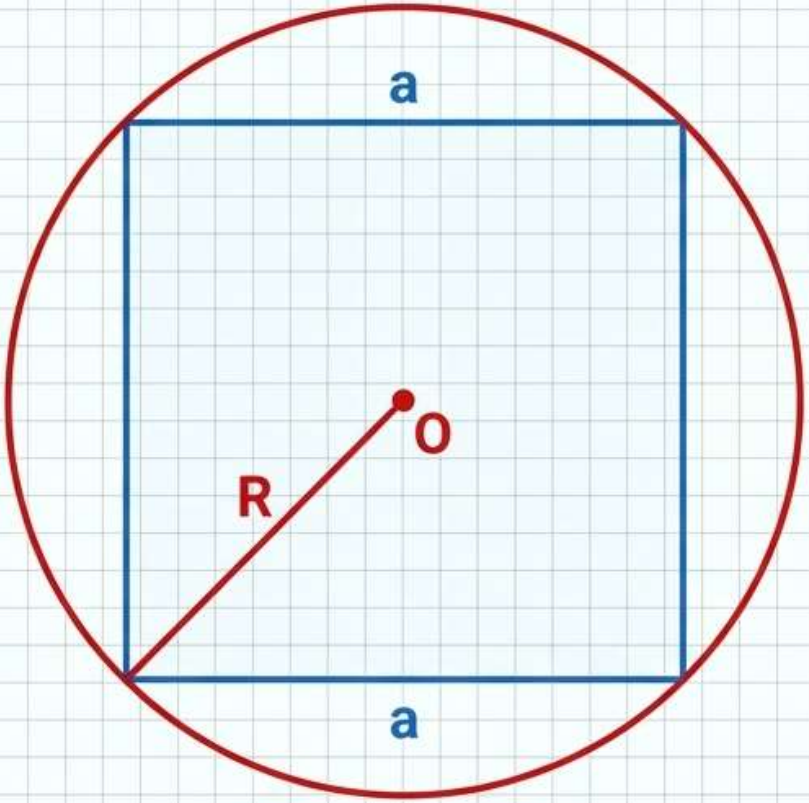
GAngel



Уписани круг (r)

Додирује странице.

Формула: **r = a / 2**



Описани круг (R)

Пролази кроз темена.

Формула: **R = d / 2**

Важно својство: Пошто је **d = a$\sqrt{2}$**, полупречник описаног круга је за $\sqrt{2}$ пута већи од уписаног: **R**

Тип проблема 1: Од странице до дијагонале ($d = a\sqrt{2}$)

Цео број

Ако је $a = 2$ cm

$$d = 2 \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Децимални број

Ако је $a = 0{,}2$ cm

$$d = 0{,}2 \cdot \sqrt{2} = 0{,}2\sqrt{2} \text{ cm}$$

Разломак са кореном

Ако је $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ mm

$$d = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{(\sqrt{2})^2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ mm}$$

Мешовити корен

Ако је $a = 2\sqrt{2}$ dm

$$d = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ dm}$$

GAngel

Тип проблема 2: Од дијагонале до странице ($a = \frac{d\sqrt{2}}{2}$)

$$a = \frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

Класичан пример

Дато: $d = 4$ cm

$$a = \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

Решење: $a = 2\sqrt{2}$ cm

Поништавање корена

Дато: $d = 4\sqrt{2}$ cm

$$a = \frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{4 \cdot 2}{2}$$

Решење: $a = 4$ cm

Скривени корени

Дато: $d = \sqrt{8}$ dm

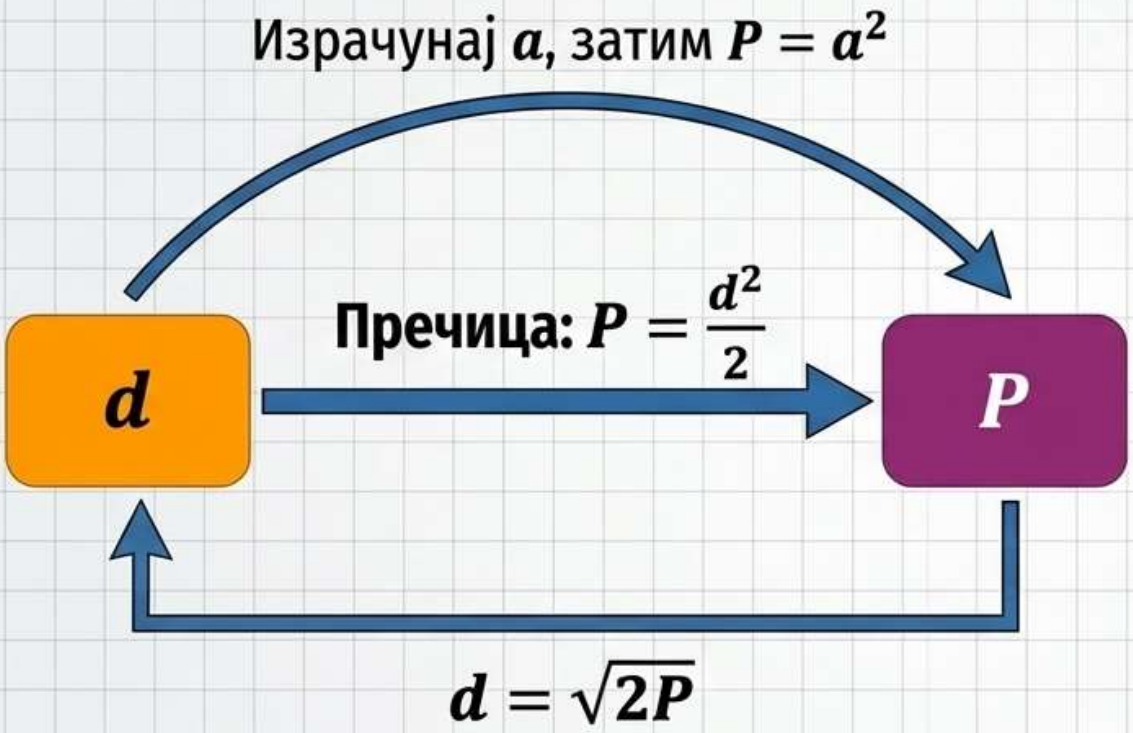
Знамо да је $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$$a = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{4}{2}$$

Решење: $a = 2$ dm

GAngel

Тип проблема 3: Дијагонала и површина (Пречице)



Налажење d преко P (Задатак 13)

Дато: Површина $P = 32\ \text{cm}^2$

Корак 1: $d^2 = 2P = 64$

Корак 2: $d = 8\ \text{cm}$

Налажење P и O преко d (Задатак 14)

Дато: Дијагонала $d = 6\ \text{cm}$

Површина: $P = \frac{6^2}{2} = \frac{36}{2} = 18\ \text{cm}^2$

Обим: Прво нађи $a = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$$O = 4 \cdot 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}\ \text{cm}$$

GAngel

Мајсторска класа: Све на једном месту (Задатак 15)

Задат квадрат странице: $a = \sqrt{2}$ cm

Површина (P)

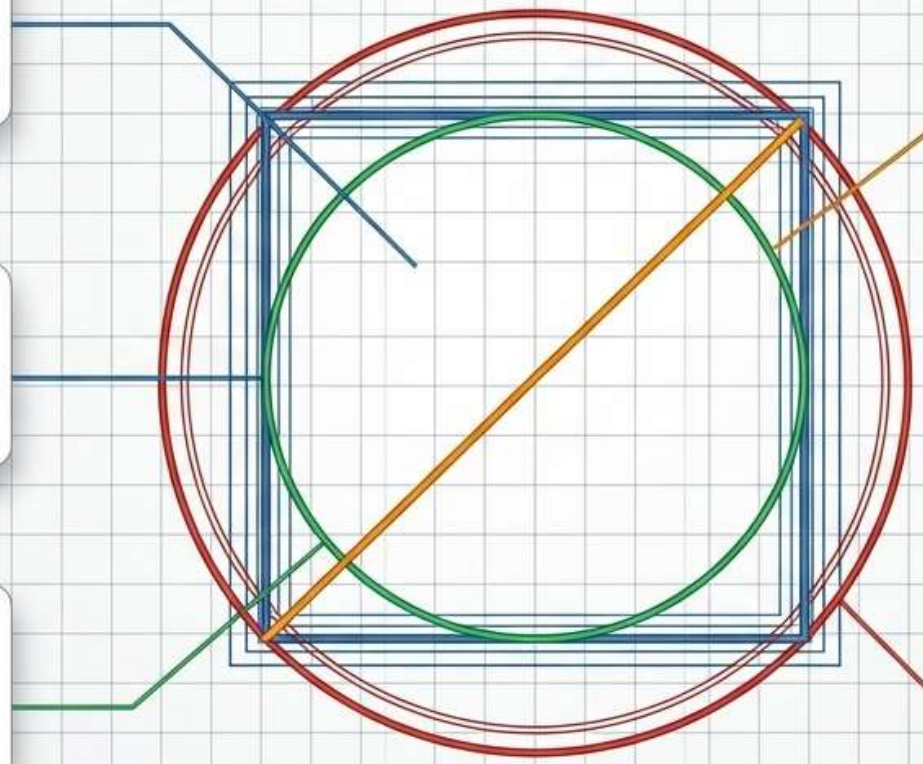
$$P = (\sqrt{2})^2 = 2 \text{ cm}^2$$

Обим (O)

$$O = 4 \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

Уписани круг (r)

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$



Дијагонала (d)

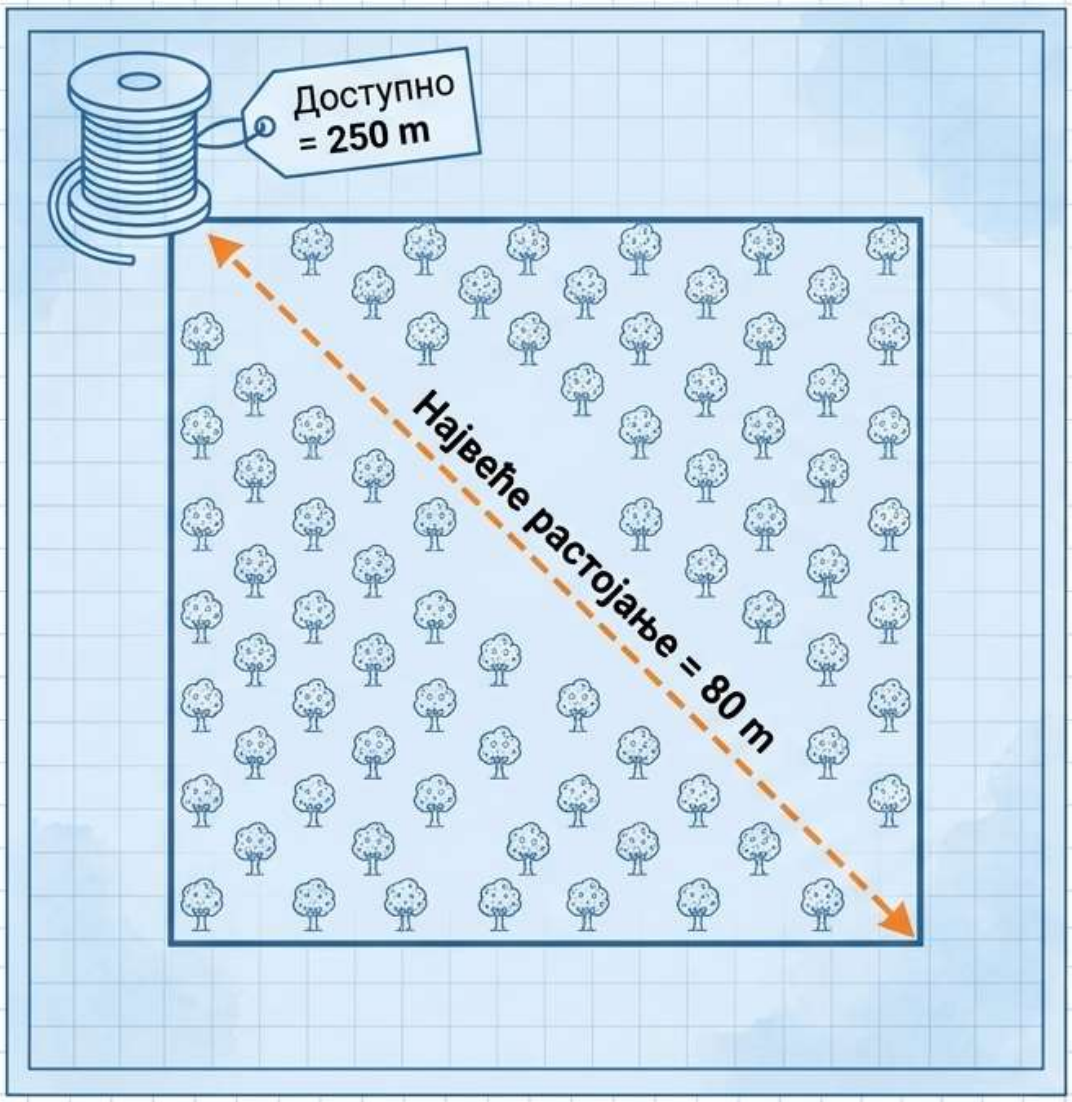
$$d = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \text{ cm}$$

Описани круг (R)

$$R = \frac{d}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}$$

GAngel

Примена у пракси: Проблем "Воћњак"



Проблем: Највеће растојање између две тачке у воћњаку квадратног облика је 80 m. Да ли се воћњак може оградити жицом дужине 250 m?

Logic Panel

Корак 1: Декодирање проблема.
Највеће растојање је дијагонала: $d = 80$ m.
Потребна жица је обим (O).

Корак 2: Рачунање.
Страница $a = \frac{80\sqrt{2}}{2} = 40\sqrt{2}$ m.
Обим $O = 4 \cdot 40\sqrt{2} = 160\sqrt{2}$ m.

Корак 3: Упоређивање вредности.
Да ли је $160\sqrt{2} < 250$?

Два начина за проверу:
Метод квадрата: $(160\sqrt{2})^2 = 51200$.
$250^2 = 62500$. $51200 < 62500$.
Метод процене: $\sqrt{2} \approx 1{,}41 < 1{,}5$.
$160 \cdot 1{,}5 = 240 < 250$.

✓ **Закључак: Да, воћњак се може оградити!**

Геометрија правоугаоника: Питагорина теорема и описани круг

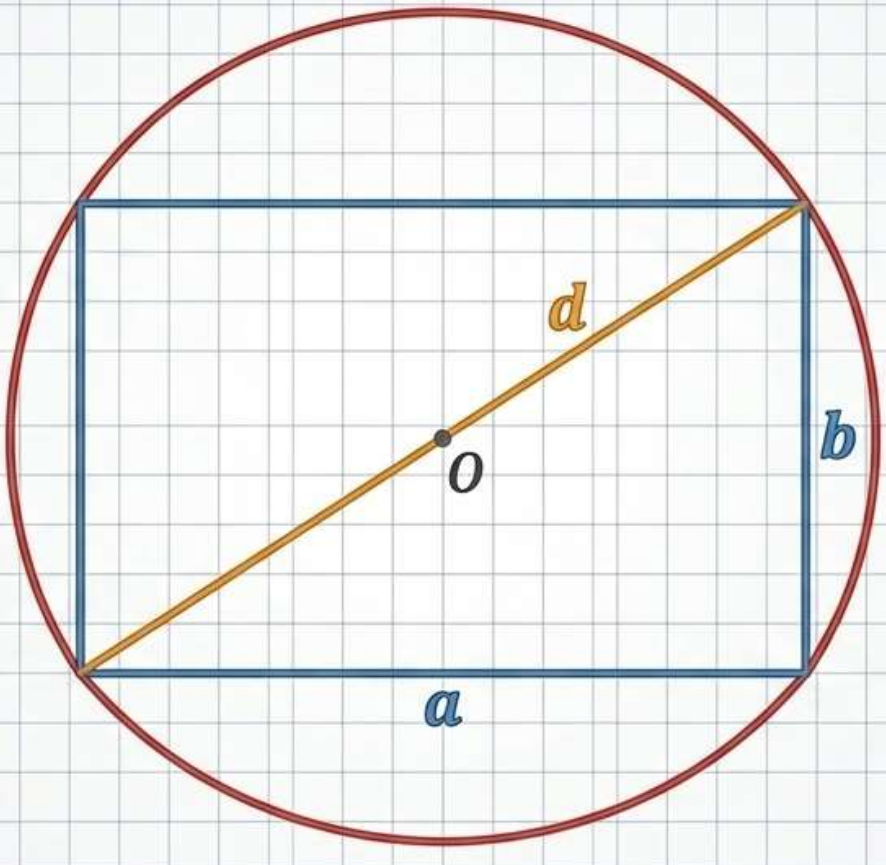
Питагорина веза

Правоугли троугао чине странице и дијагонала.

Формула: $d^2 = a^2 + b^2$

Површина: $P = a \cdot b$

Обим: $O = 2(a + b)$



Описани круг

Центар описаног круга се налази тачно на пресеку дијагонала.

Полупречник је тачно половина дијагонале.

Формула: $R = \frac{d}{2}$

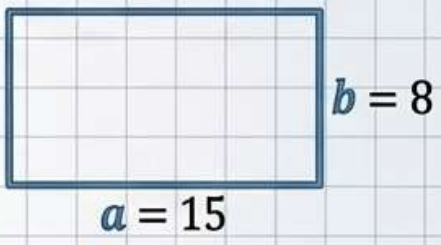
GAngel

Анализа правоугаоника: Рачунање преко површине (Задатак 16)

Задато: Површина $P = 120\ \text{cm}^2$, страница $b = 8\ \text{cm}$.

1 Непозната страница (a)

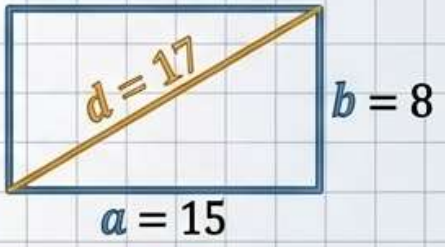
Из $P = a \cdot b \rightarrow a = 120 : 8 \rightarrow a = 15\ \text{cm}$



2 Дијагонала (d)

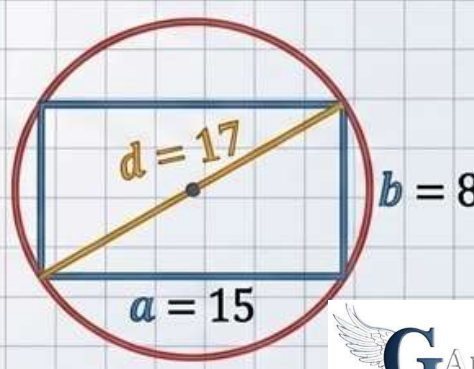
$d^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \rightarrow d = 17\ \text{cm}$

Увид: (8, 15, 17) чине чувену Питагорину тројку!



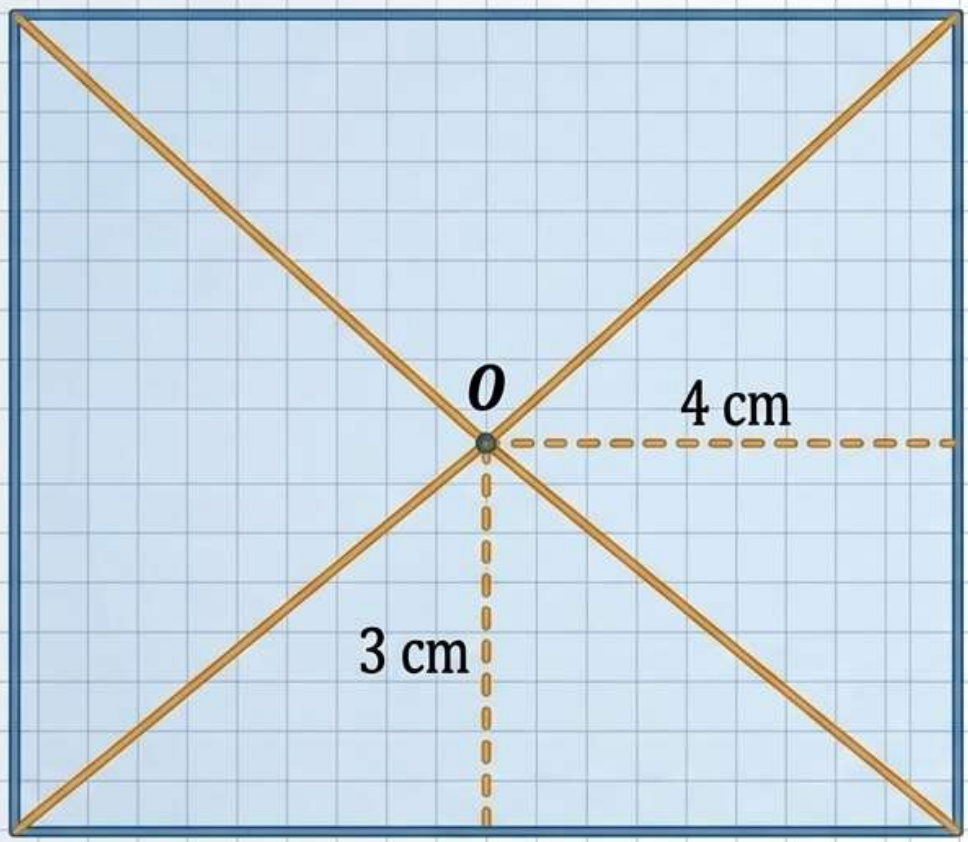
3 Описани круг (R)

$R = d : 2 = 17 : 2 \rightarrow R = 8{,}5\ \text{cm}$



GAngel

Скривене информације: Центар круга и странице (Задатак 17)



Кључни увид: Центар (O) полови дијагонале, па је његово растојање од страница једнако половини дужине тих страница.

1 Странице:

$a = 2 \cdot 4 = 8$ cm

$b = 2 \cdot 3 = 6$ cm

2 Дијагонала:

$d = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$ cm

3 Обим и Површина:

$O = 2(8 + 6) = 28$ cm

$P = 8 \cdot 6 = 48$ cm^2

GAngel

Референтна матрица: Квадрат вс. Правоугаоник

Квадрат	Својство	Правоугаоник
$d = a\sqrt{2}$	Питагорина веза	$d^2 = a^2 + b^2$
$P = a^2$ (или $P = \frac{d^2}{2}$)	Површина (P)	$P = a \cdot b$
$O = 4a$	Обим (O)	$O = 2(a + b)$
$R = \frac{d}{2}$	Описани круг (R)	$R = \frac{d}{2}$
$r = \frac{a}{2}$	Уписани круг (r)	Нема уписани круг

Савршено за штампање и понављање пред контролни задатак.
Ослони се на визуелне доказе, а не само на меморисање формула!

GAngel