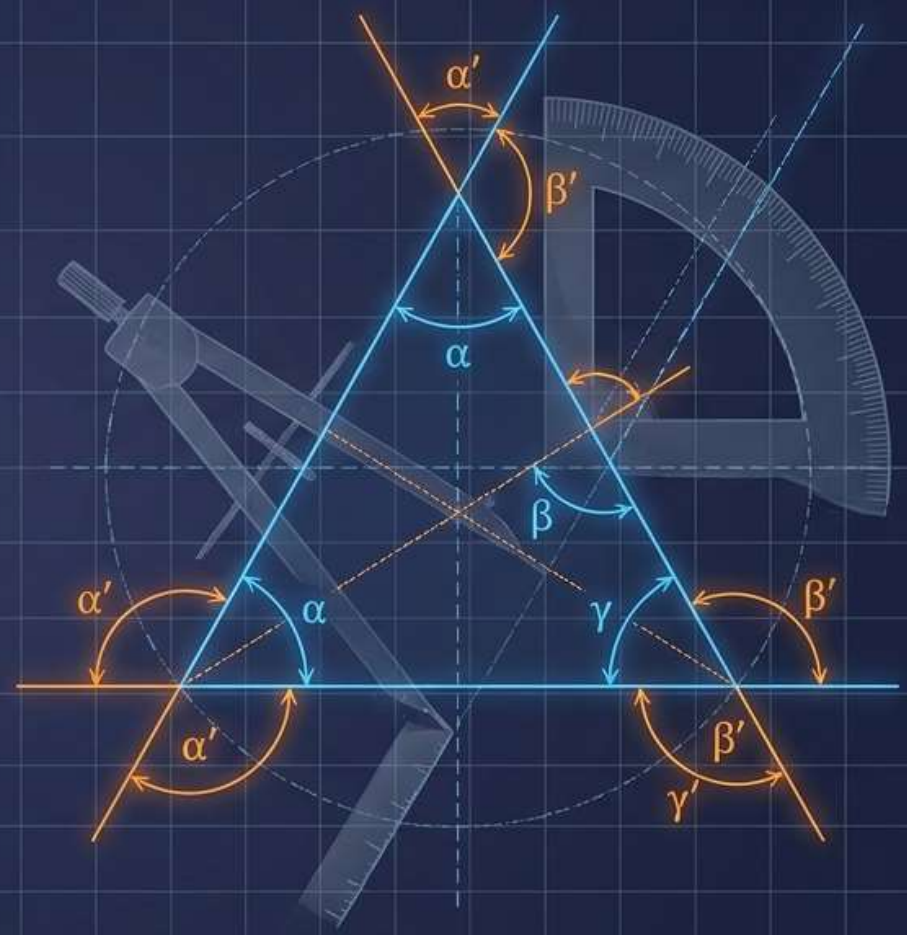
ГЕОМЕТРИЈА ТРОУГЛА: УГЛОВИ И ЊИХОВЕ ТАЈНЕ

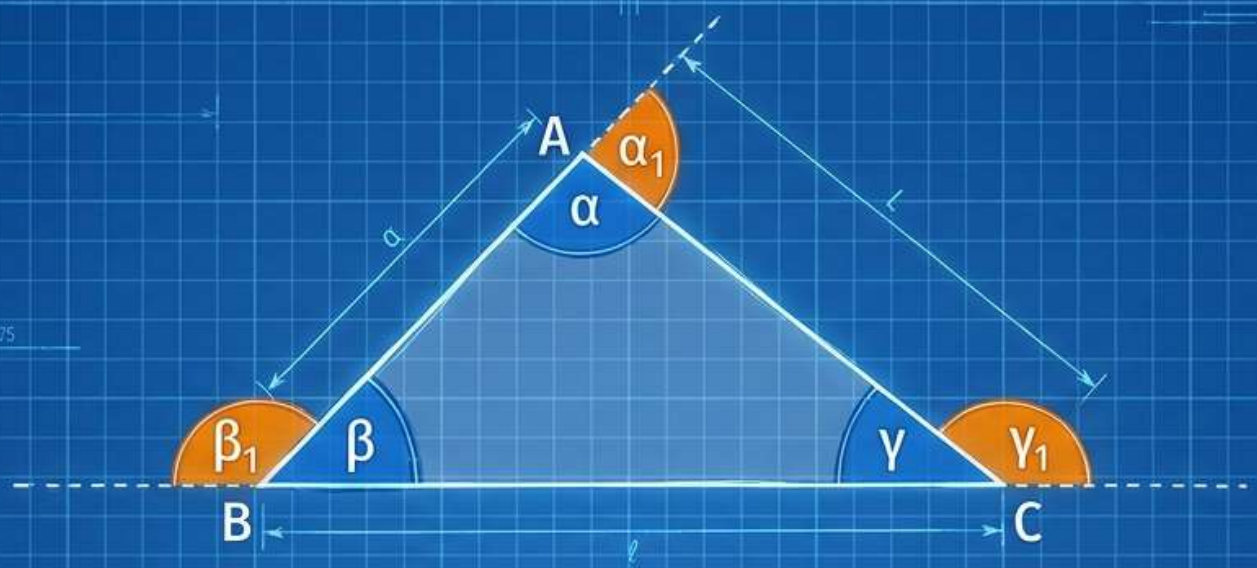
Свеобухватни визуелни водич са детаљно решеним примерима (Задаци 4–19)

Овај радни материјал садржи:

- Визуелна објашњења свих геометријских правила.
- Корак-по-корак решења за задатке из збирке.
- Логичка образложења за сваки корак рачунања.



GAngel



1. Унутрашњи углови

Збир свих унутрашњих углова увек је тачно полукруг.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

2. Спољашњи углови

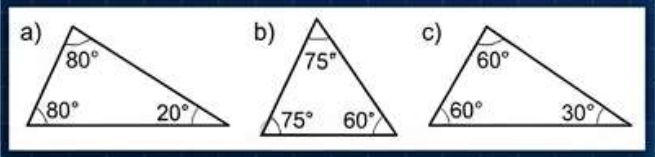
Збир свих спољашњих углова чини пун круг.

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360°$$

Главна примена: Ово је најодговаранији алат у геометрији. Ако знате било која два унутрашња угла, трећи добијате једноставним одузимањем од 180°.

Примена Правила 180°: Задаци 4, 5 и 6

Задатак 4: Израчунај трећи угао



γ = 180° - (α + β)

а) 180° - (80° + 20°) **= 80°**

б) 180° - (75° + 60°) **= 45°**

в) 180° - (60° + 30°) **= 90°**

Задатак 5: Провера збира

Услов: Да ли је збир тачно 180°?

а) 25° + 35° + 120° = **180°** → **ДА**

в) 88° + 24° + 78° = **190°** → **НЕ**

г) 52° 34′ + 61° 26′ + 66°
= 113° 60′ + 66°
= 114° + 66° = **180°** → **ДА**
(Напомена: 1° = 60′)

Задатак 6: Попуни табелу

α	72°	31°	60°	45°	90°
β	48°	_	60°	_	30°
γ	_	92°	_	45°	_

Колона 1: **γ** = 180° - (72° + 48°)
= 180° - 120° = **60°**

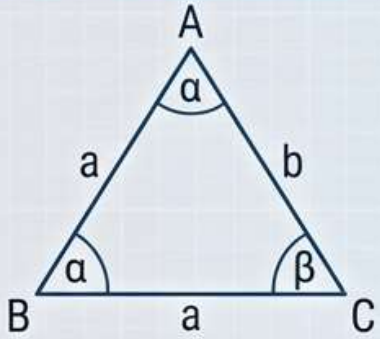
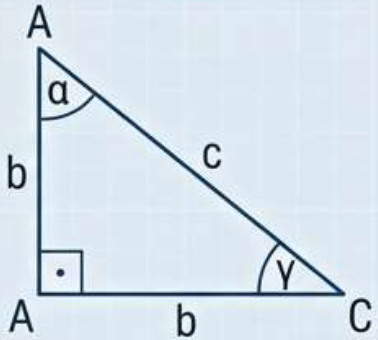
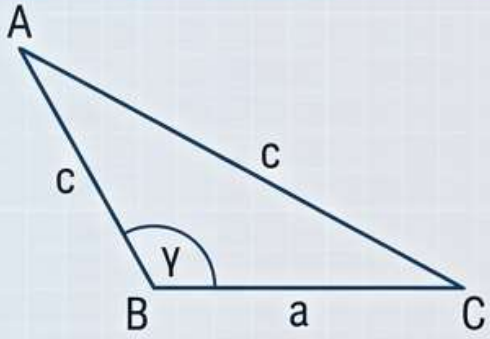
Колона 2: β = 180° - (31° + 92°)
= 180° - 123° = **57°**

Колона 3: α = 180° - (60° + 60°)
= 180° - 120° = **60°**

GAngel

Класификација и Зависност

Троуглови се категоришу искључиво на основу свог највећег угла.

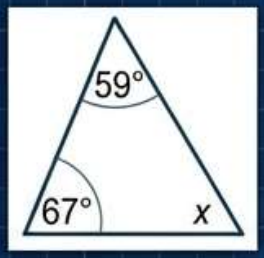
Оштроугли	Правоугли	Тупоугли
		
Услов: Сва три угла су < 90°	Услов: Тачно један угао је = 90° Специфичност: Најдужа страница зове се хипотенуза.	Услов: Тачно један угао је > 90° Ограничење: Због ограничења од 180°, немогуће је имати два тупа угла.

ЗАКОН: Наспрам већег унутрашњег угла троугла налази се већа страница. (Наспрам 90° лежи најдужа хипотенуза).

NotebookLM

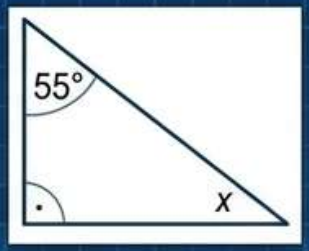
Анализа Слика: Задатак 7

а)



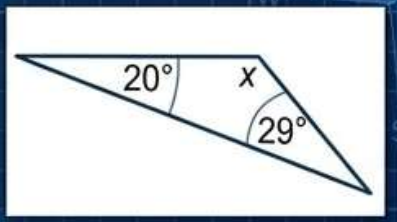
Познато: 67°, 59°
Рачун: x = 180° - 126° = 54°
Закључак: Сви су < 90° → Оштроугли

б)



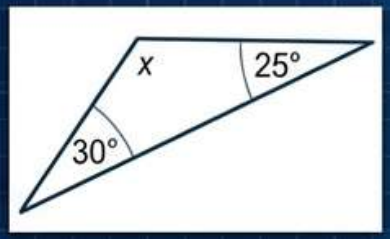
Познато: 55°, 90°
Рачун: x = 180° - 145° = 35°
Закључак: Има прав угао → Правоугли

в)



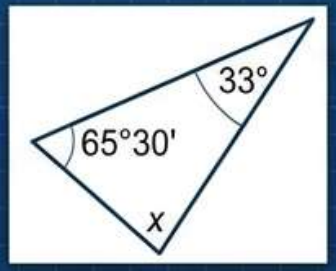
Познато: 20°, 29°
Рачун: x = 180° - 49° = 131°
Закључак: Има угао > 90° → Тупоугли

г)



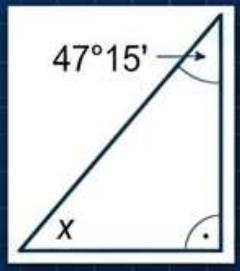
Познато: 30°, 25°
Рачун: x = 180° - 55° = 125°
Закључак: Има угао > 90° → Тупоугли

д)



Познато: 65° 30', 33°
Рачун: 179° 60' - 98° 30' = 81° 30'
Закључак: Сви су < 90° → Оштроугли

ђ)



Познато: 47° 15', 90°
Рачун (брзи): 90° - 47° 15' = 42° 45'
Закључак: Има прав угао → Правоугли

Логика у Тексту: Задаци 8, 9 и 10

Задатак 8: Рачунање са минутима



Трик: Када одузимате минуте, $180°$ запишите као $179° 60'$.

в) Збир: $88° 30' + 44° = 132° 30'$.
Решење: $179° 60' - 132° 30' = 47° 30'$.

д) Збир: $68° 29' + 82° 54' = 150° 83' = 151° 23'$.
Решење: $179° 60' - 151° 23' = 28° 37'$.

Задатак 9: Идентитет

Поставка: Сва три угла су једнака.
Математика: $x + x + x = 180° \longrightarrow 3x = 180° \longrightarrow x = 60°$.
(Ово је дефиниција једнакостраничног троугла).

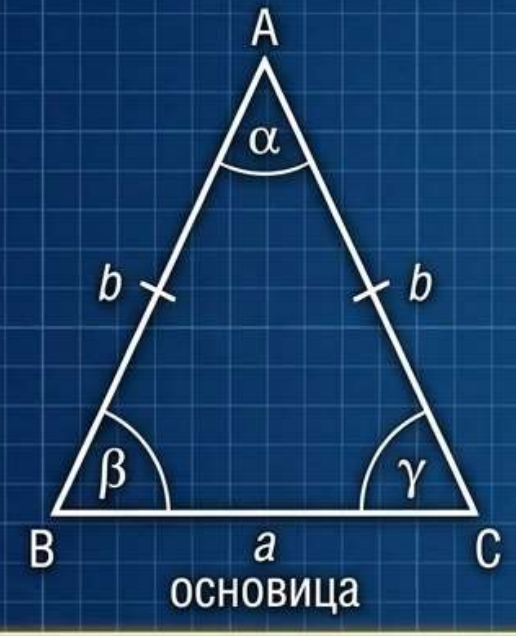
Задатак 10: Индиректно закључивање

Поставка: Збир два угла је $89°$.
Решење: Трећи угао је $180° - 89° = 91°$.
Пошто је $91° > 90°$, троугао је обавезно тупоугли.

GAngel

Симетрија крије податке: Посебни Троуглови

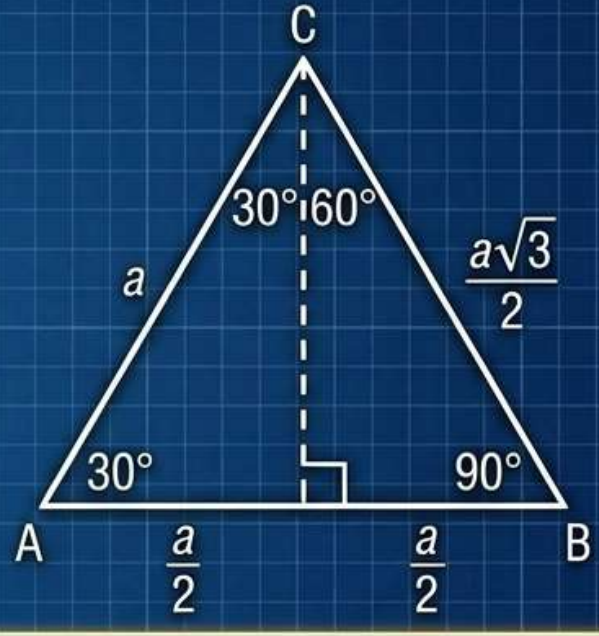
Једнакокраки троугао



Правило: Има две једнаке странице (краци). Углови на основици (наспрам кракова) су увек међусобно једнаки ($\beta = \gamma$).

Једначина: Збир углова се рачуна као: $\alpha + 2\beta = 180°$.

Магични 30°-60°-90°

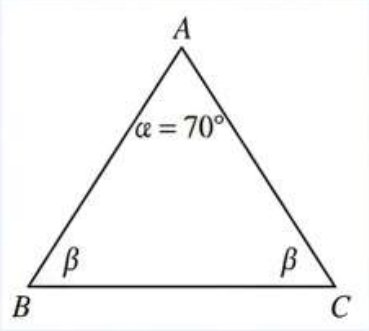


Правило: Представља тачно половину једнакостраничног троугла.

Моћно својство: Хипотенуза је тачно два пута дужа од најкраће катете (оне наспрам угла од 30°).

Откључавање Симетрије: Пример 2, Задаци 11 и 16

Пример 2 (Из уџбеника)

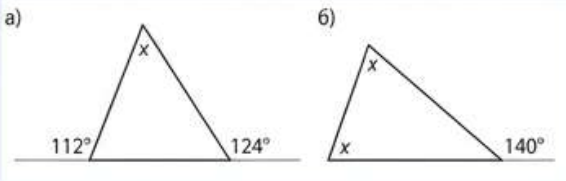


- Случај: Једнакокраки, угао при врху је 70°.
- Рачун: $70° + 2\beta = 180°$
  $2\beta = 110° \rightarrow \beta = 55°$

Задатак 11 (Текст)

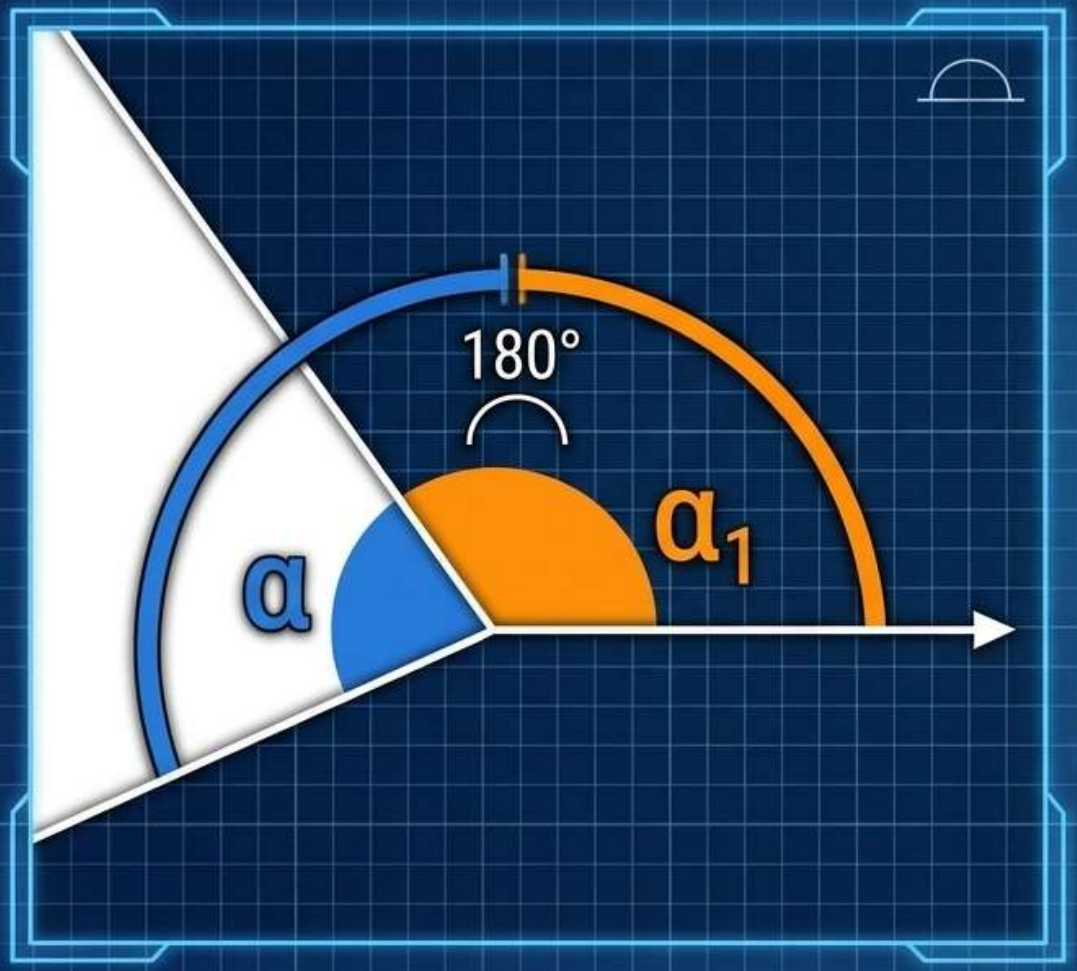
- Случај: Правоугли троугао са друга два једнака угла.
- Рачун: $2x + 90° = 180°$
  $2x = 90° \rightarrow x = 45°$
  (Ово је једнакокрако-правоугли троугао).

Задатак 16 (Са слике)



- Слика а):
  Унутрашњи на основици: 180°-112° = 68° ; 180°-124° = 56°.
  Угао x (при врху) = 180° - (68°+56°) = 56°.
- Слика б):
  Спољашњи при врху је 140° → унутрашњи је 40°.
  Једнакокраки је (два угла су x): $2x + 40° = 180° \rightarrow 2x = 140° \rightarrow x = 70°$.

Друга Страна Медаље: Упоредни Углови



Унутрашњи и њему припадајући спољашњи угао леже на истој правој линији. Они су **упоредни углови**.

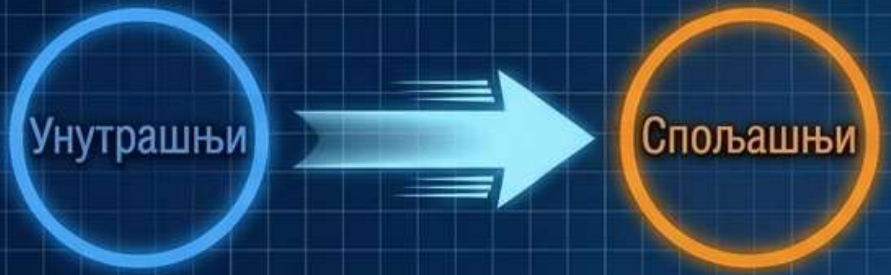
Правило праве линије:
Њихов збир је увек тачно 180°.

$$\alpha + \alpha_1 = 180°$$
$$\beta + \beta_1 = 180°$$
$$\gamma + \gamma_1 = 180°$$

Алгоритам:
Спољашњи = 180° - Унутрашњи (и обрнуто).
Сваки пут када пронађете један, аутоматски имате и други.

Брза Транзиција: Задаци 12, 13 и 17

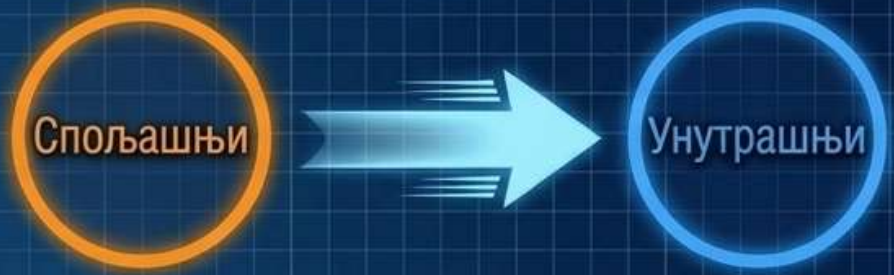
Задатак 12: Израчунај спољашњи



а) 30° → 180° - 30° = 150°

в) 118° 24’ → 179° 60’ - 118° 24’ = 61° 36’

Задатак 13: Израчунај унутрашњи



а) 140° → 180° - 140° = 40°

в) 79° 33’ → 179° 60’ - 79° 33’ = 100° 27’

Задатак 17: Комбиновани проблем

Поставка: Спољашњи угао при врху једнакокраког је 160°.

Корак 1: Унутрашњи при врху (α) = 180° - 160° = 20°.

Корак 2: Збир на основици (2β) = 180° - 20° = 160°.

Решење: Један угао на основици (β) = 160° : 2 = 80°.

GAngel

Комплетна Слика Углова: Задаци 14 и 15

Задатак 14: Позната 2 унутрашња

Тражи се: Сви спољашњи.

Пример а) Дато је: $\alpha = 30°$, $\beta = 50°$.

1. $\alpha_1 = 180° - 30° = 150°$
2. $\beta_1 = 180° - 50° = 130°$
3. Прво налазимо γ:
   $180° - (30°+50°) = 100°$
4. Онда налазимо γ_1:
   $180° – 100° = 80°$

Задатак 15: Познат 1 унутр. и 1 спољ.

Тражи се: Сви остали.

Пример а) Дато је: $\alpha = 32°$, $\beta_1 = 100°$.

1. Из $\alpha \rightarrow \alpha_1 = 180° - 32° = 148°$
2. Из $\beta_1 \rightarrow \beta = 180° - 100° = 80°$
3. Збир $\alpha+\beta$: $32° + 80° = 112°$
4. Налазимо $\gamma = 180° - 112° = 68°$
5. $\gamma_1 = 180° - 68° = 112°$

NotebookLM

Напредни Системи: Задаци 18 и 19

Задатак 18: Збир два унутрашња

Поставка: $\alpha + \beta = 144°$. Тражи се γ_1.

Корак 1: Пошто је збир сва три 180°, недостајући угао γ је:

$$[\gamma = 180° - 144° = 36°]$$

Корак 2: Спољашњи γ_1 је упоредан са γ:

$$[\gamma_1 = 180° - 36° = 144°]$$

Напредни закључак: Спољашњи угао је увек једнак збиру два несуседна унутрашња угла!

Задатак 19: Збир два спољашња

Поставка: $\alpha_1 + \beta_1 = 248°$. Тражи се γ.

Логика: Збир свих спољашњих је 360°.

Корак 1: Трећи спољашњи (γ_1) =

$$[360° - 248° = 112°]$$

Корак 2: Тражени унутрашњи (γ) =

$$[180° - 112° = 68°]$$

Универзални Алгоритам за Решавање

Било који задатак са угловима троугла решава се комбинацијом ова 3 кључна алата:



Алат 1: Правило 180°

Примена: Када тражите ТРЕЋИ угао, а знате два.

Алгоритам:
180° - (Збир друга два).

Подсетник: Код правоуглог троугла, збир два оштра угла је тачно 90°.



Алат 2: Упоредни прелаз

Примена: Прелазак из УНУТРАШЊЕГ у СПОЉАШЊИ (и обрнуто).

Алгоритам:
180° - Познати угао.

Подсетник: Збир сва три спољашња је 360°.



Алат 3: Скривена Симетрија

Примена: Када делује да недостају подаци у тексту.

Кључне речи:

- “Једнакокраки” = два угла су иста.
- “Једнакостранични” = сви су 60°.
- “30-60-90” = катета је пола хипотенузе.

GAngel