Деконструкција Питагорине теореме

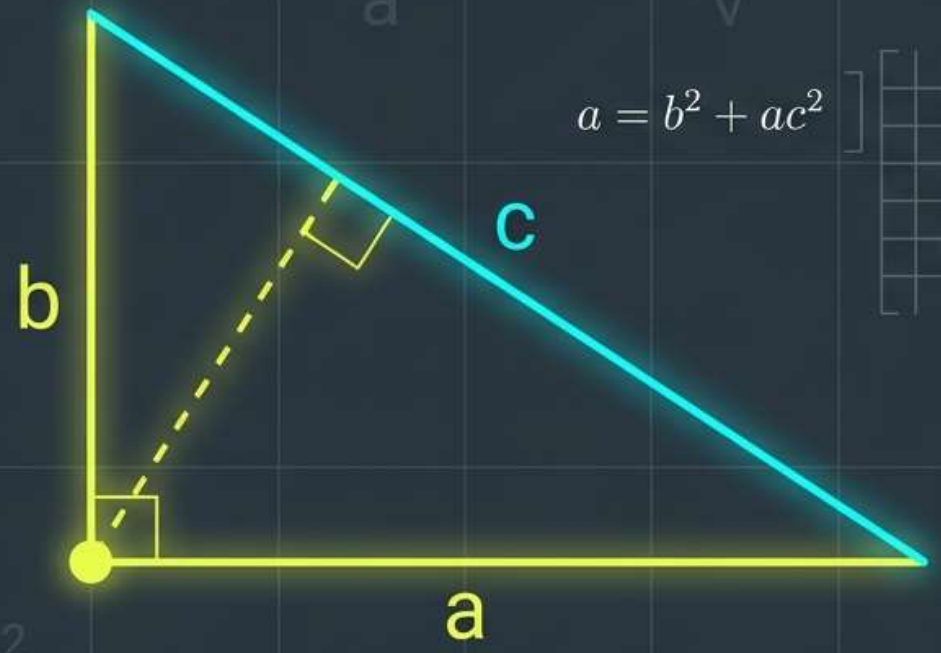
Визуелни водич кроз решавање геометријских проблема – од основних прорачуна до реалне примене (Анализа задатака 1–21).

$$a^2 = b^2 - \sqrt{c^2}$$

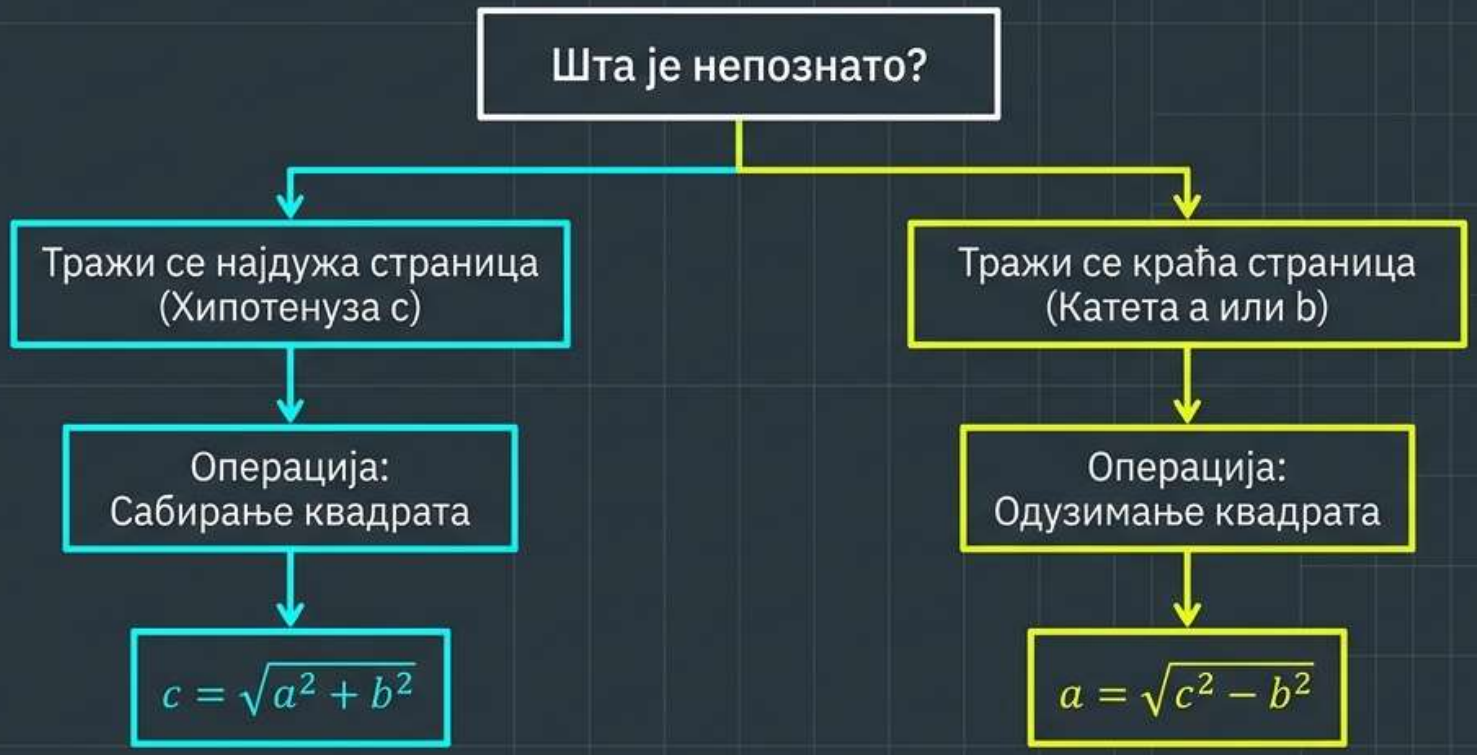
$$a = b^2 + ac^2$$

$$a \rightarrow a^2 = \sqrt{c^2}$$
$$b \rightarrow b^2 = \sqrt{\ }$$

$$a \rightarrow c^2 = c^2$$
$$b \rightarrow$$



Основни алгоритам: Шта тражимо?



Квадрат хипотенузе се увек умањује за квадрат познате катете како би се добила друга катета. Хипотенуза мора бити најдужа страница.

Матрица брзих прорачуна (Задаци 1 и 2)

Налажење хипотенузе ($c^2 = a^2 + b^2$)		
Катете 3, 4	$c^2 = 9 + 16 = 25$	$c = 5$ (Египатски троугао)
Катете 8, 15	$c^2 = 64 + 225 = 289$	$c = 17$
Катете $\sqrt{6}$, $\sqrt{10}$	$c^2 = 6 + 10 = 16$	$c = 4$
Налажење катете ($a^2 = c^2 - b^2$)		
Хипотенуза 41, Катета 40	$a^2 = 1681 - 1600 = 81$	$a = 9$
Хипотенуза 11, Катета 5	$a^2 = 121 - 25 = 96$	$a = 4\sqrt{6}$
Хипотенуза $\sqrt{3}$, Катета $\sqrt{2}$	$a^2 = 3 - 2 = 1$	$a = 1$

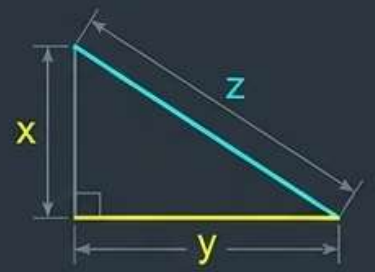
GAngel

Комплетна анализа троугла (Задатак 3)

Профил А

Непозната хипотенуза z

Познато: x = 39, y = 80



Корак 1: $z = \sqrt{39^2 + 80^2} = \sqrt{7921} = 89$

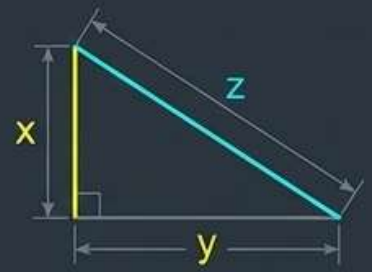
Обим (O) = 39 + 80 + 89 = 208

Површина (P) = (39 · 80) / 2 = 1560

Профил В

Непозната катета x

Познато: y = 0.5, z = 1.3



Корак 1: $x = \sqrt{1.3^2 - 0.5^2} = \sqrt{1.44} = 1.2$

Обим (O) = 1.2 + 0.5 + 1.3 = 3.0

Површина (P) = (1.2 · 0.5) / 2 = 0.3

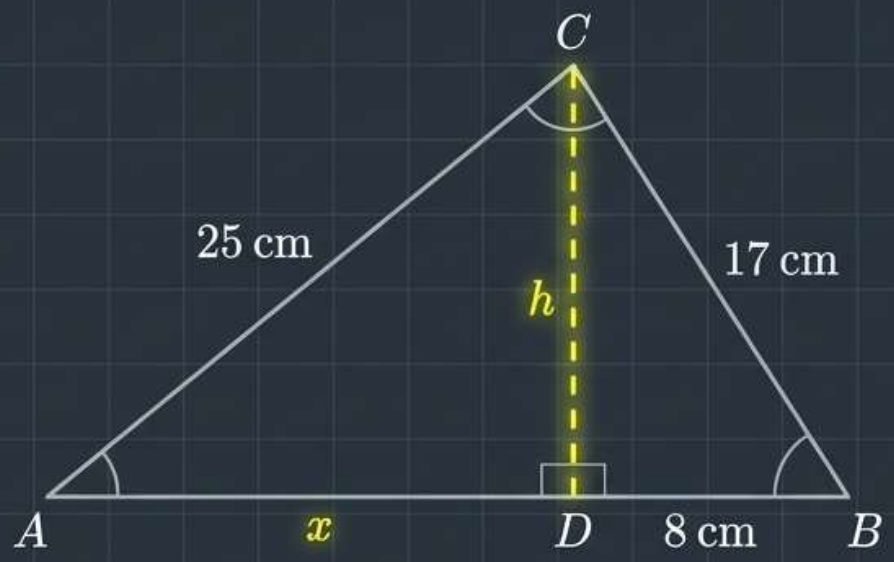
GAngel

Трансформација параметара (Задатак 14)

2 cm дужа	4 пута краћа	10% дужа
Катете: $a = 6$ $b = 6 + 2 = 8$ → Хипотенуза (c): $\sqrt{36 + 64} = 10$	Катете: $a = 8$ $b = \frac{8}{4} = 2$ → Хипотенуза (c): $\sqrt{64 + 4} = 2\sqrt{17}$	Катете: $a = 5$ $b = 5 + 0.5 = 5.5$ → Хипотенуза (c): $\sqrt{25 + 30.25} \approx 7.43$
Резултат: $O = 24$ $P = 24$	Резултат: $O = 10 + 2\sqrt{17}$ $P = 8$	Резултат: $O = 10.5 + \frac{\sqrt{221}}{2}$ $P = 13.75$

GAngel

Анатомија сложеног троугла: Улога висине



Корак 1 (Десни троугао ΔBCD):
Познато $c = 17$, $a = 8$.
Тражимо $h = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ cm.

→

Корак 2 (Леви троугао ΔACD):
Познато $c = 25$, висина $h = 15$.
Тражимо $x = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$ cm.

→

Корак 3 (Синтеза):
Основица
$AB = 20 + 8 = 28$ cm.

→

Решење

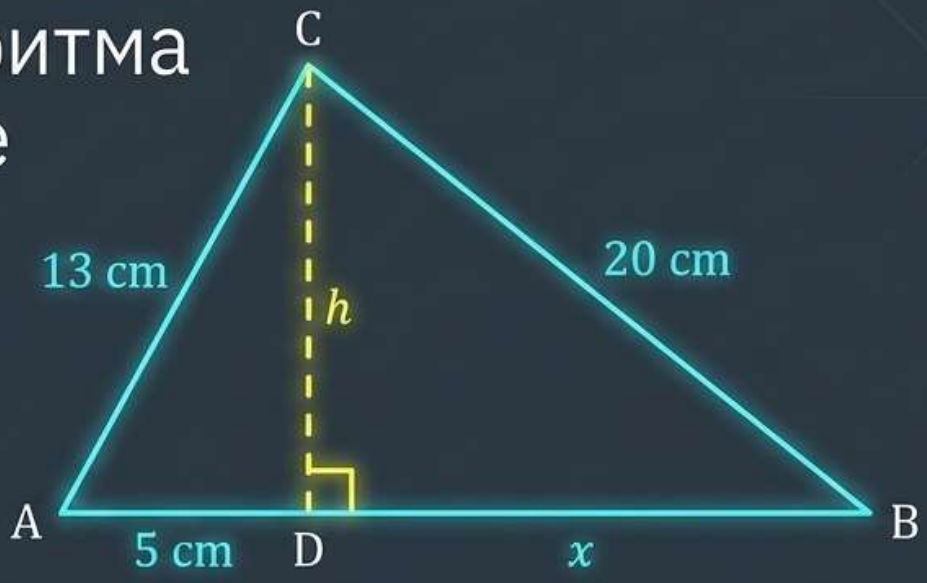
Решење

$O = 28 + 17 + 25 = 70$ cm

$P = \frac{28 \cdot 15}{2} = 210$ cm^2

GAngel

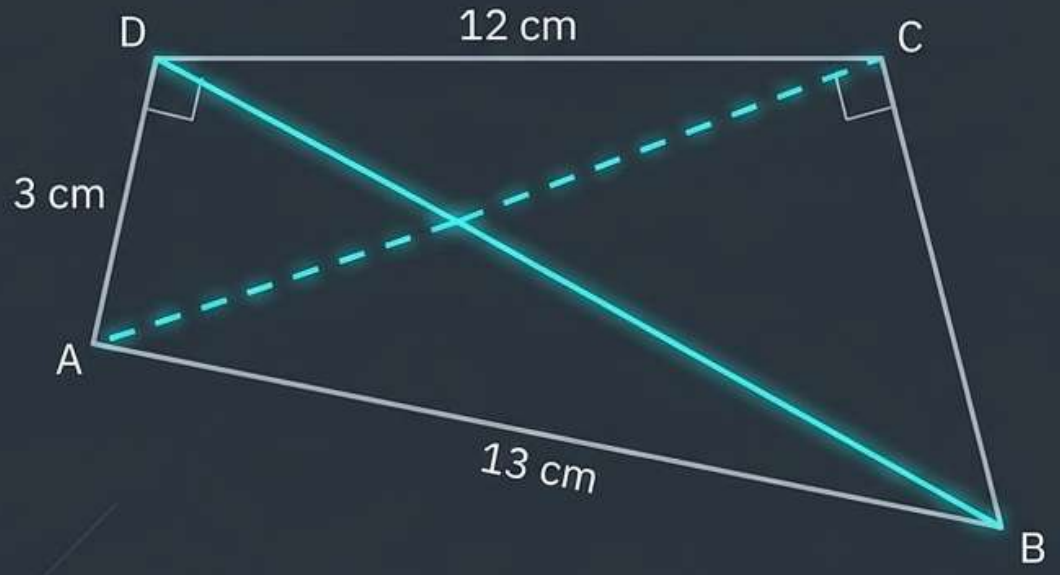
Репликација алгоритма на нове параметре



Фаза 1: Изоловање ΔACD	Фаза 2: Изоловање ΔBCD	Фаза 3: Реконструкција
Нађи висину преко левог троугла. $h = \sqrt{(13^2 - 5^2} = 12$ cm.	Искористи h за десни троугао. $x = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ cm.	Цела основица $AB = 5 + 16 = 21$ cm.

Output Panel	Обим: $21 + 20 + 13 = 54$ cm. Површина: $(21 \cdot 12) / 2 = 126$ cm^2.

Сецирање четвороугла: Дијагонала као мост



[△BCD]

BC = 13, CD = 12.
Налазимо заједничку дијагоналу:
$BD = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ cm.

[△ABD]

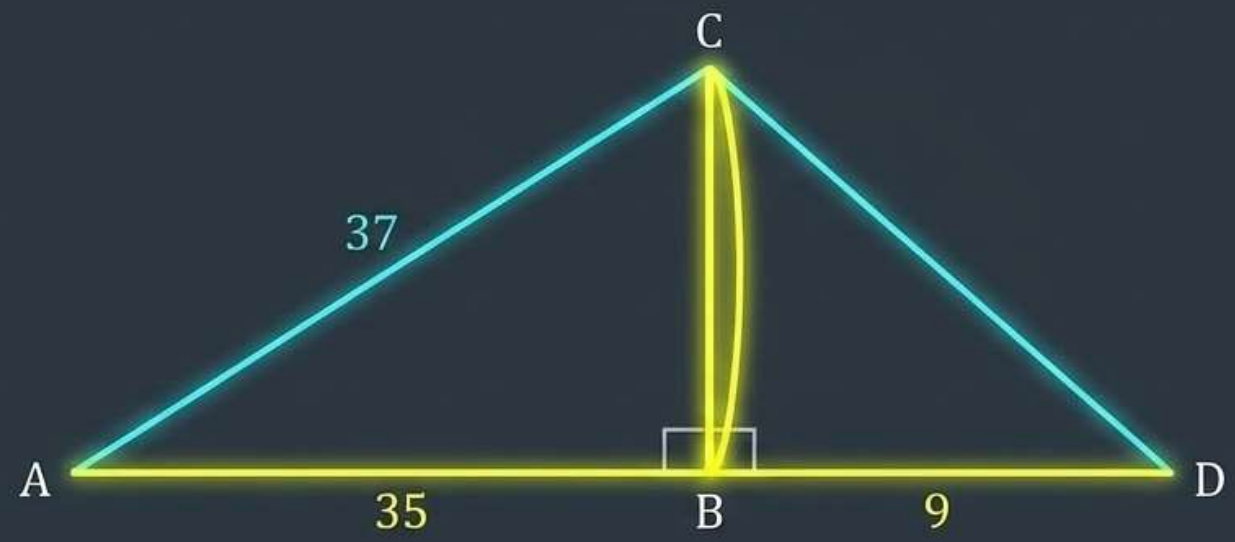
Преносимо BD = 5.
Познато AD = 3.
Налазимо последњу страницу:
$AB = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ cm.

[Четвороугао]

Збир свих спољних страница:
$O = 4 + 13 + 12 + 3 = 32$ cm.

GAngel

Ланчани прорачуни: Заједничка катета



Кључ 1 (Откључавање заједничке странице):

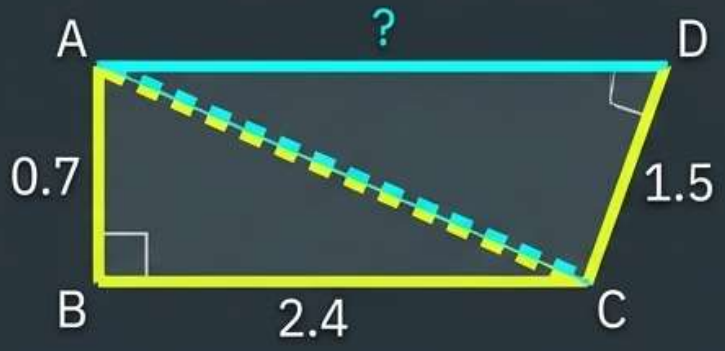
Посматрамо ΔABC (десни угао код C).
Хипотенуза 37, катета 35.
$\rightarrow BC = \sqrt{(37^2 - 35^2} = \sqrt{144} = 12.$

Кључ 2 (Долазак до циља):

Преносимо $BC = 12$ у ΔBCD (десни угао код B).
Сада су познате обе катете (12 и 9).
Тражимо хипотенузу CD.
$\rightarrow CD = \sqrt{(12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15.$

GAngel

Ланчани прорачуни: Транзиција улога



Улога 1 (Хипотенуза у △ABC)

Познате катете 0.7 и 2.4. Налазимо **AC**.

$\rightarrow \mathrm{AC} = \sqrt{(0.7^2 + 2.4^2} = \sqrt{6.25} = 2.5.$

Улога 2 (Катета у △ACD)

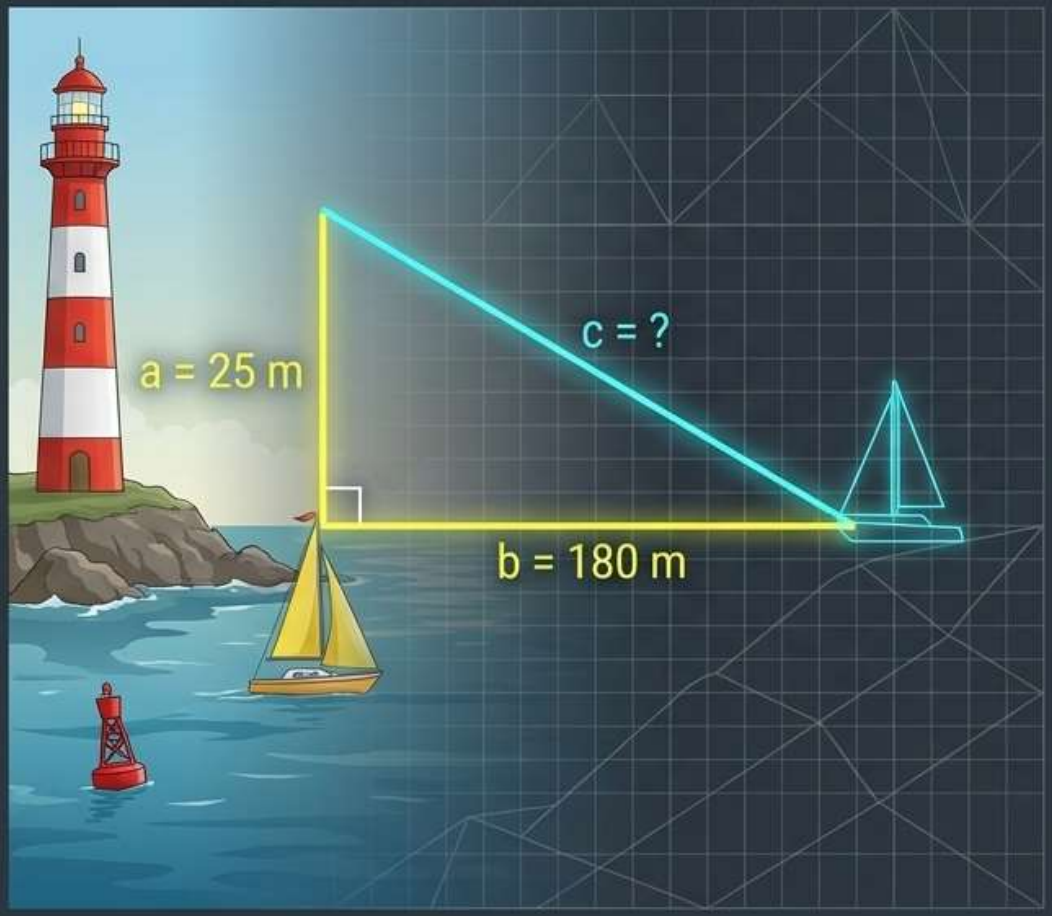
Страница **AC** сада постаје хипотенуза новог троугла. Позната катета 1.5. Тражимо **CD**.

$\rightarrow \mathrm{CD} = \sqrt{(2.5^2 - 1.5^2} = \sqrt{4} = 2.$

Кључни увид: Једна иста дуж може имати различите улоге (катета или хипотенуза) у зависности од тога који троугао тренутно анализирамо.

GAngel

Геометрија стварног света: Мапирање реалности



Физички објекти → Геометријски модел:

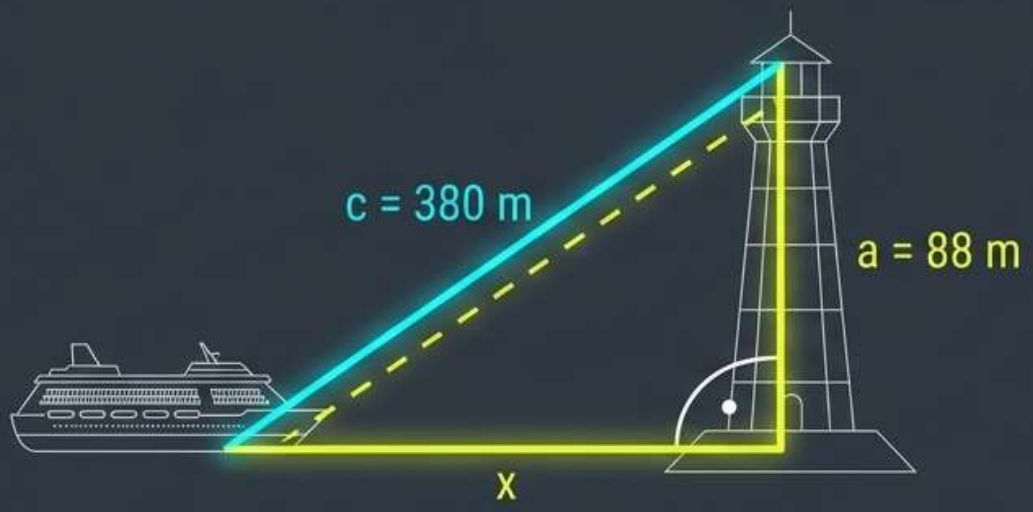
- Светионик → Вертикална катета a = 25 m.
- Површина мора → Хоризонтална катета b = 180 m.
- Ваздушна линија до брода → Хипотенуза c = ?

Процес:

$$c = \sqrt{(25^2 + 180^2)}$$
$$= \sqrt{(625 + 32400)}$$
$$= \sqrt{33025}.$$

Резултат: Растојање од врха светионика до брода је приближно 181.73 m.

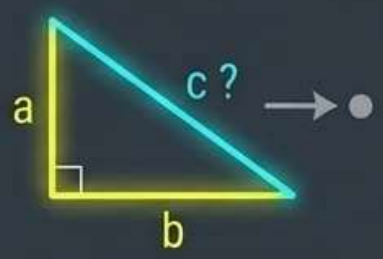
Промена перспективе: Тражење хоризонталне дистанце



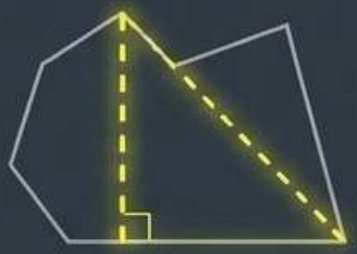
Познати параметри:
Висина светионика (a) = 88 m.
Директна удаљеност до брода (Хипотенуза c) = 380 m.
Тражи се:
Хоризонтална удаљеност брода од подножја (x).
Процес:
$x = \sqrt{380^2 - 88^2} = \sqrt{144400 - 7744} = \sqrt{136656}.$

Резултат: Брод је удаљен 369.67 m од обале.

Дијагностичка матрица Питагорине теореме



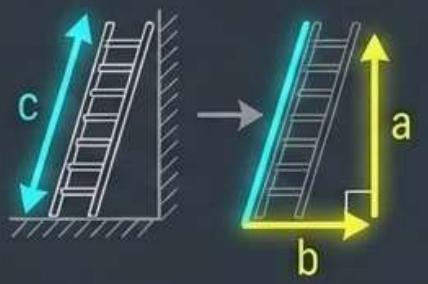
Директна примена → Користи када имаш један правоугли троугао са 2 познате странице. (Задаци 1, 2, 3)



Метода сецирања → Користи када имаш сложену фигуру. Повуци висину или дијагоналу да направиш прав. (Задаци 16, 17)

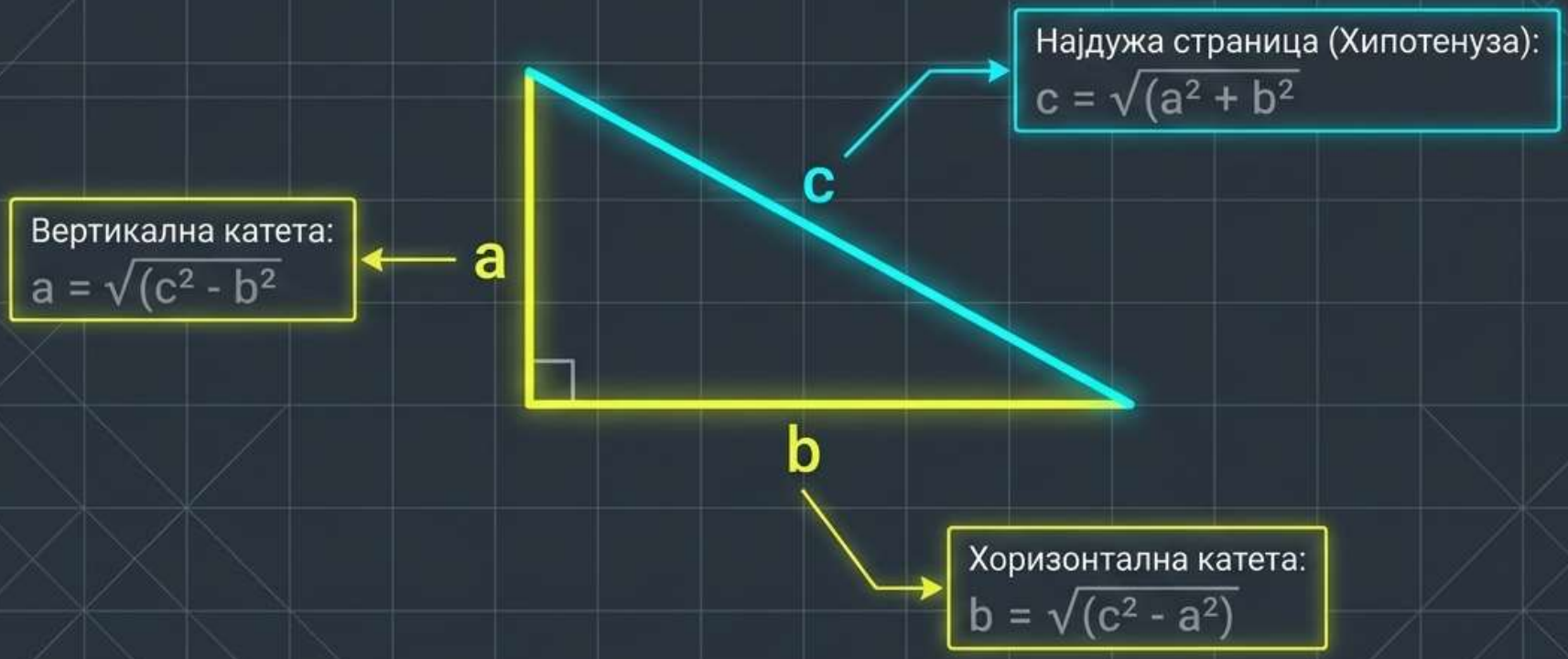


Ланчана реакција → Користи када троуглови деле страницу. Реши први да би откључао други. (Задатак 4)



Реално мапирање → Преведи физичке објекте у хипотенузе и катете пре рачунања. (Задатак 18)

Универзални геометријски кључ



Једна теорема. Три варијације. Бесконачно много решених проблема.
(Питагорина теорема).