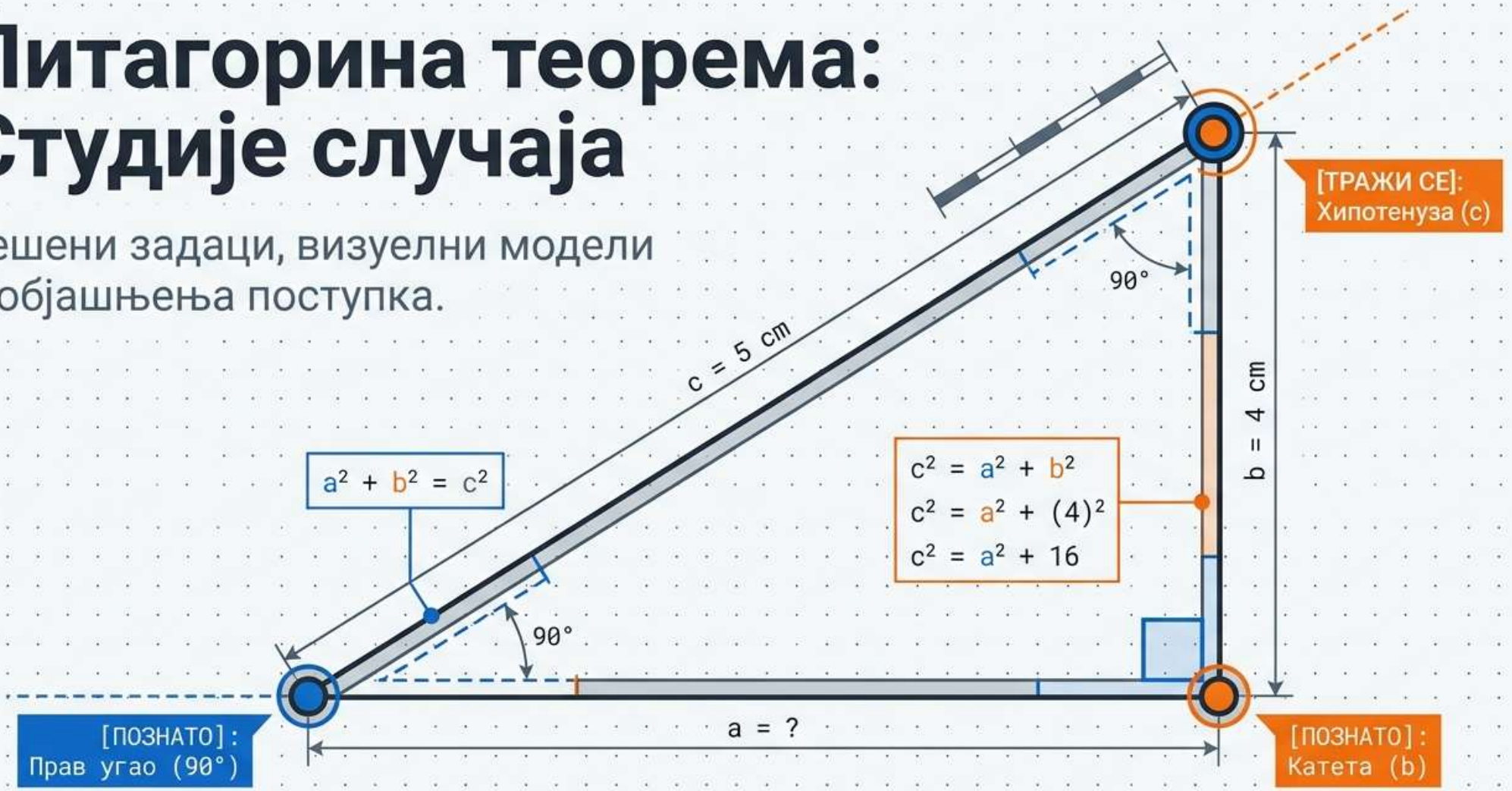
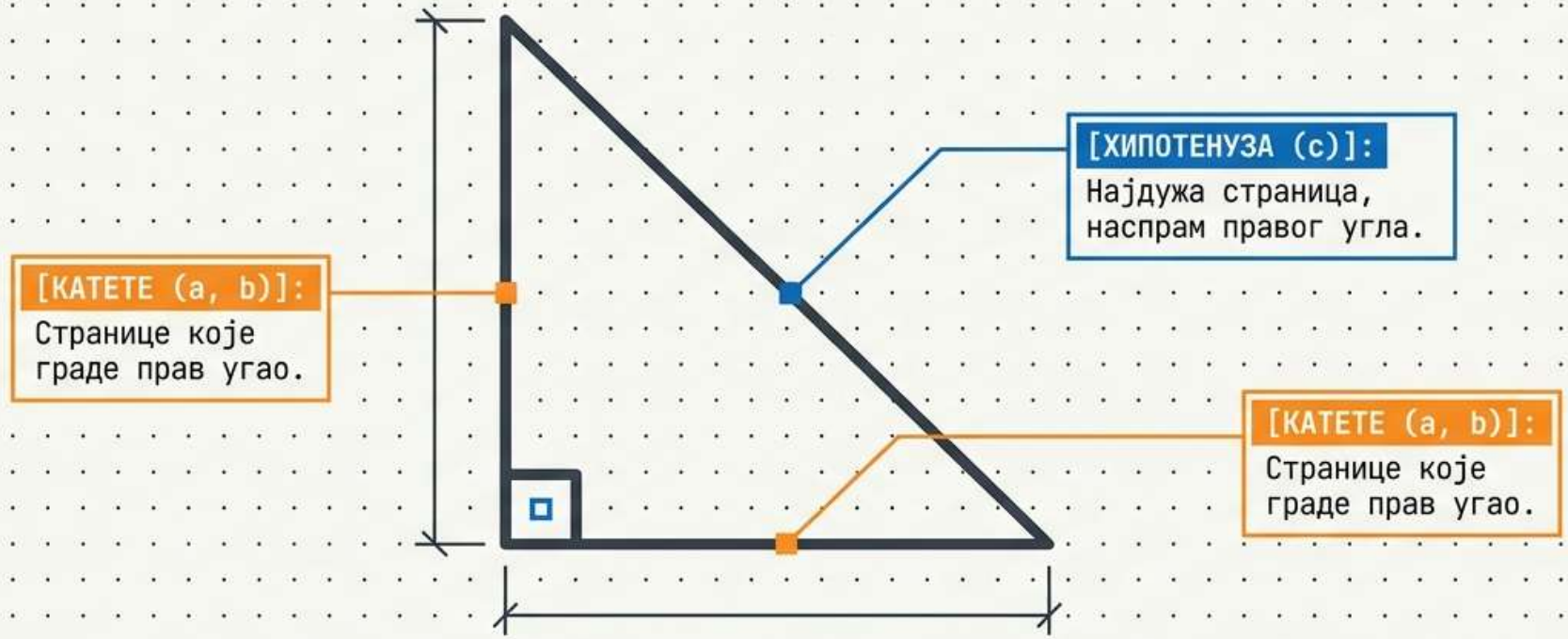
Питагорина теорема: Студије случаја

Решени задаци, визуелни модели и објашњења поступка.





УНИВЕРЗАЛНИ АЛАТ

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Квадрат над хипотенузом једнак је збиру квадрата над катетама

СЛУЧАЈ 1: ТРАЖИ СЕ ХИПОТЕНУЗА (Сабирање квадрата)

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Пример А

$a=16,\ b=12$

$$c = \sqrt{16^2 + 12^2}$$
$$= \sqrt{400} = \mathbf{20}$$

Пример Б

$a=30,\ b=40$

$$c = \sqrt{30^2 + 40^2}$$
$$= \sqrt{2500} = \mathbf{50}$$

Пример В

$a=\sqrt{15},\ b=\sqrt{6}$

$$c = \sqrt{(\sqrt{15})^2 + (\sqrt{6})^2}$$
$$= \sqrt{(15 + 6)} = \mathbf{\sqrt{21}}$$

GAngel

СЛУЧАЈ 2: ТРАЖИ СЕ КАТЕТА (Одузимање од хипотенузе)

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Пример А

$c=5,\ b=3$

↓

$$a = \sqrt{5^2 - 3^2} =$$
$$= \sqrt{16} = 4$$

Пример Б

$c=45,\ b=36$

↓

$$a = \sqrt{45^2 - 36^2} =$$
$$= \sqrt{729} = 27$$

Пример В

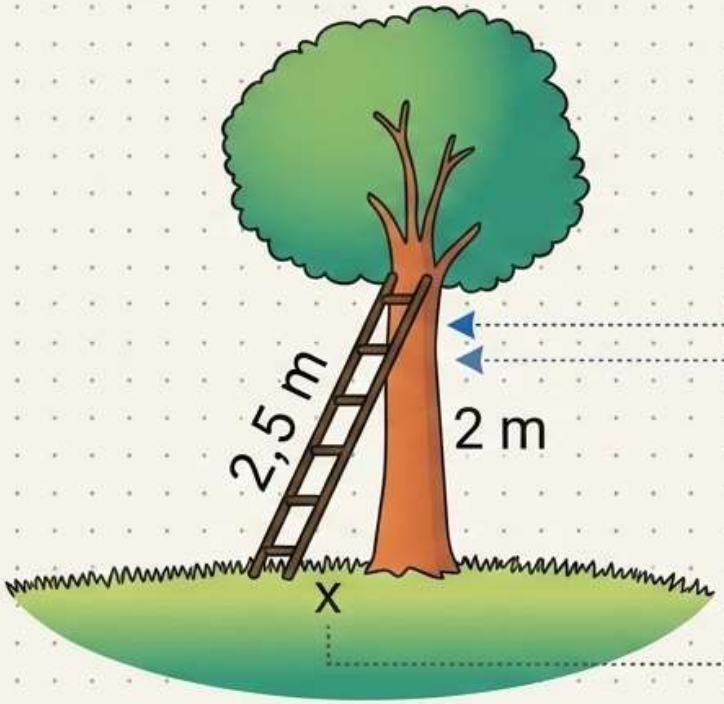
$c=\sqrt{65},\ b=7$

↓

$$a = \sqrt{(\sqrt{65})^2 - 7^2} =$$
$$= \sqrt{65 - 49} = 4$$

GAngel

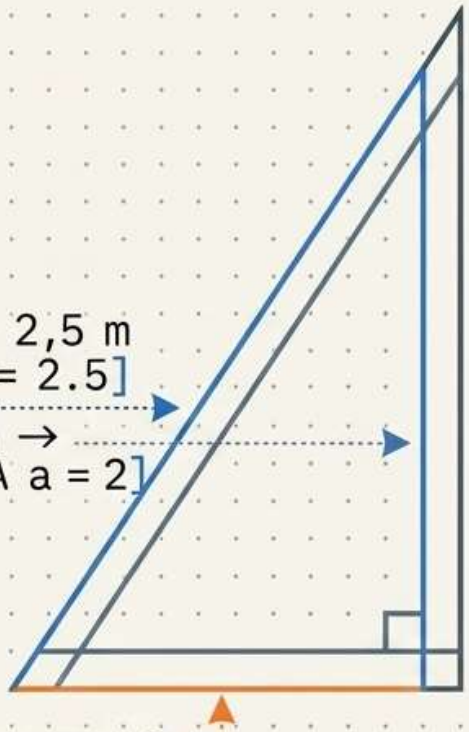
Стварност



Модел

Мердевине дужине 2,5 m
→ [ХИПОТЕНУЗА c = 2.5]

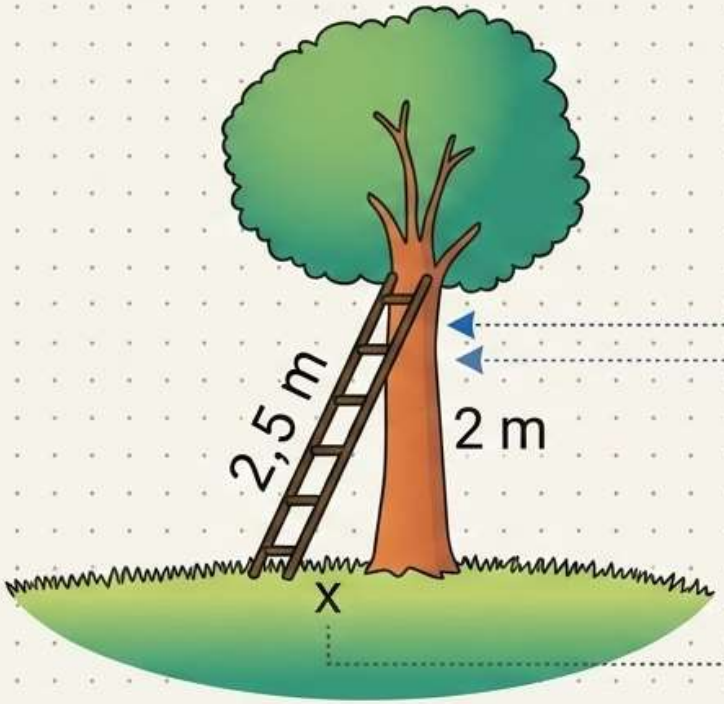
Стабло високо 2 m →
[ВЕРТИКАЛНА КАТЕТА a = 2]



Удаљеност од дрвета →
[ТРАЖИ СЕ: ХОРИЗОНТАЛНА КАТЕТА x]

GAngel

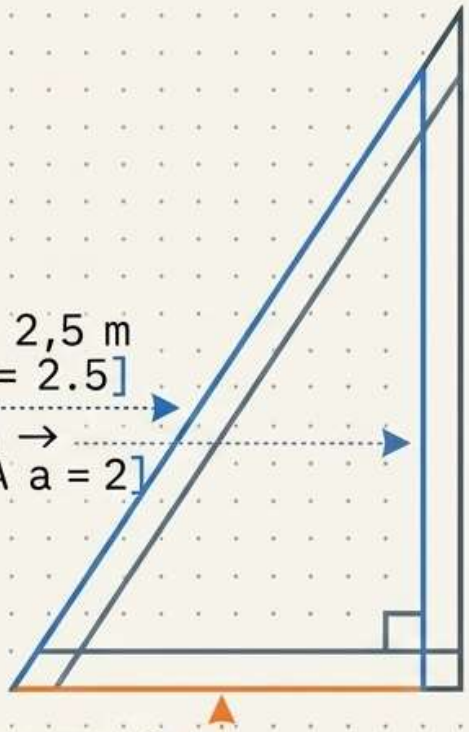
Стварност



Модел

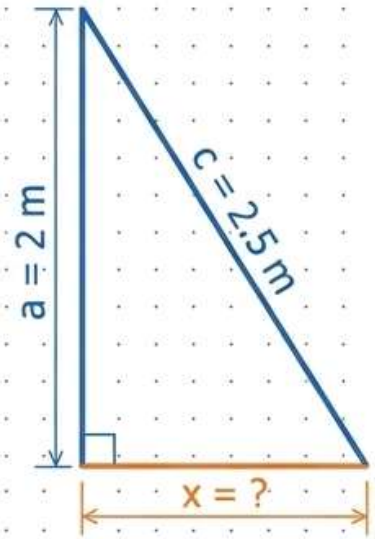
Мердевине дужине 2,5 m
→ [ХИПОТЕНУЗА c = 2.5]

Стабло високо 2 m →
[ВЕРТИКАЛНА КАТЕТА a = 2]



Удаљеност од дрвета →
[ТРАЖИ СЕ: ХОРИЗОНТАЛНА КАТЕТА x]

GAngel



Имаш на располагању мердевине дужине 2,5 m, а желиш да се попнеш на дрво чије је стабло високо 2 m. На којој удаљености од дрвета треба да поставиш мердевине да би њихов други крај био наслоњен на врх стабла?

Решење:
Тражено растојање x представља дужину хоризонталне катете правоуглог троугла, чију хипотенузу чине мердевине, а вертикалну катету стабло.

Поступак израчунавања

1. [ПОСТАВКА]: Тражимо катету. Користимо одузимање.
$x^2 = 2.5^2 - 2^2$

2. [КВАДРИРАЊЕ]:
$x^2 = 6.25 - 4$

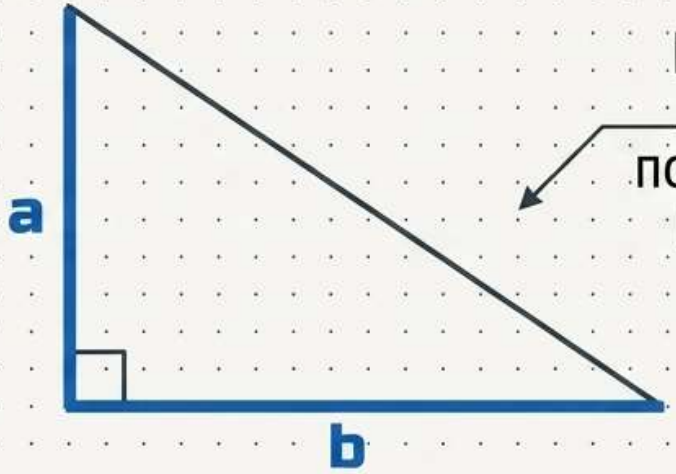
3. [ОДУЗИМАЊЕ]:
$x^2 = 2.25$

4. [КОРЕНОВАЊЕ]:
$x = \sqrt{2.25} = \mathbf{1.5\ m}$

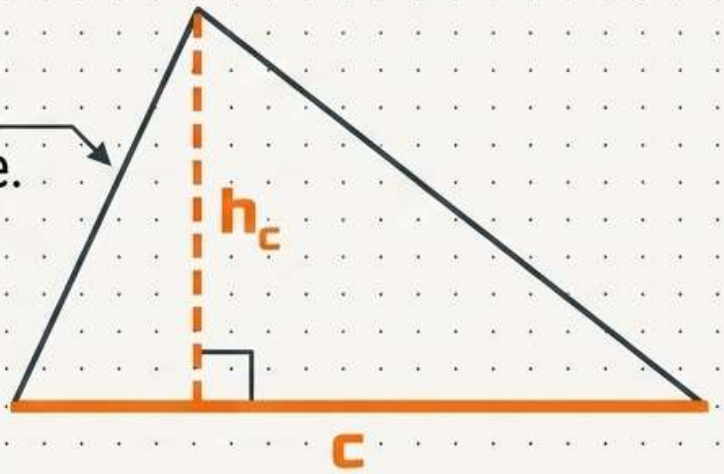
Мердевине морају бити удаљене тачно 1,5 метара од дрвета.

GAngel

СЛУЧАЈ 3: Висина хипотенузе (h_c)



Пошто је у питању исти троугао, површине су једнаке. Површина је мост до висине!



Површина преко катета:

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

Површина преко хипотенузе:

$$P = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

GAngel

[ДАТО]: Катете a = 12 cm, b = 9 cm.

[КОРАК 1: ПОВРШИНА]

Површина а тазтва а деста 1:
површина от икренна:

$$P = \frac{12 \cdot 9}{2}$$

$$P = 54\ \text{cm}^2$$

[КОРАК 2: ХИПОТЕНУЗА]

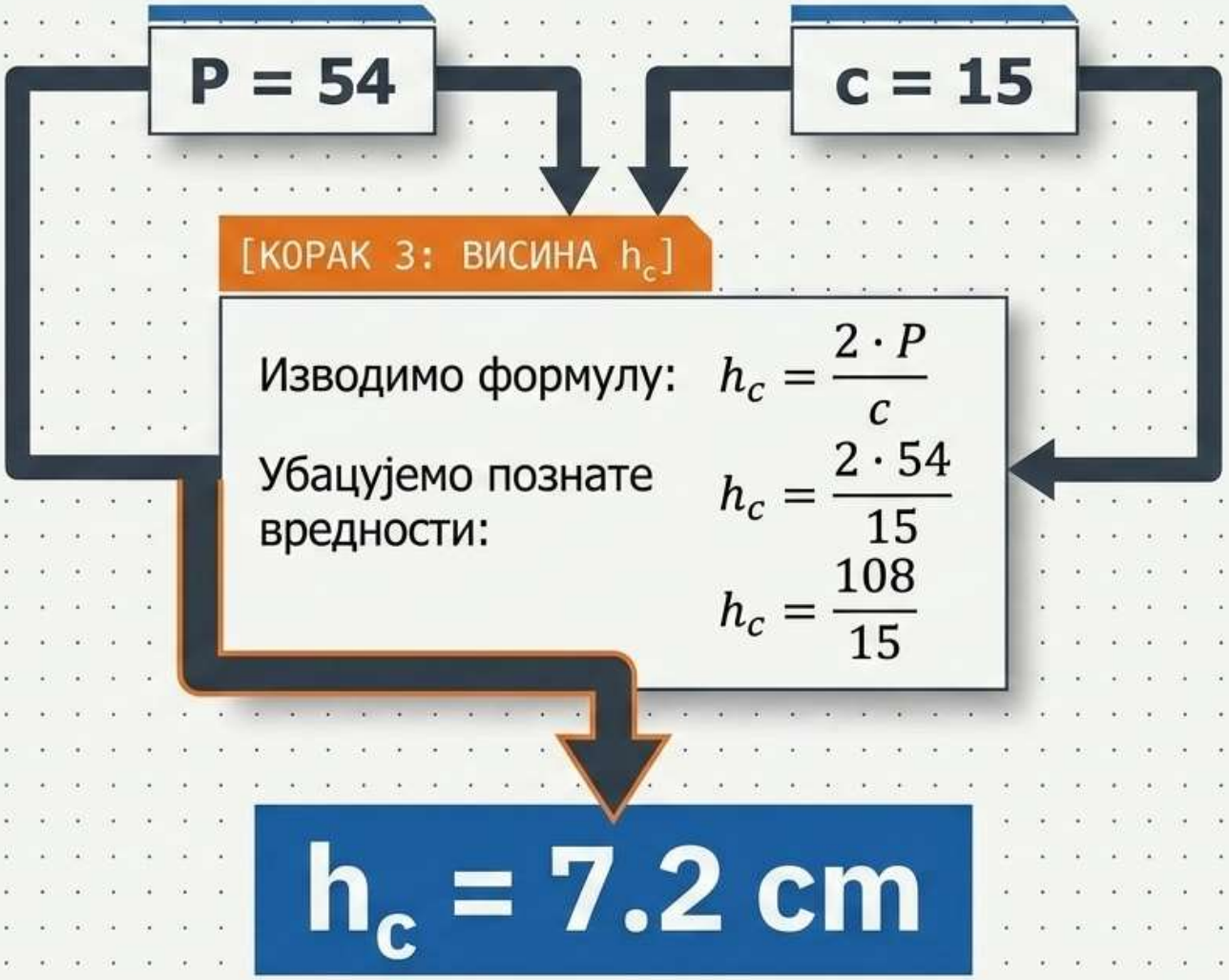
Примена Питагорине теореме
(Случај 1):

$$c^2 = 12^2 + 9^2$$

$$c^2 = 144 + 81 = 225$$

$$c = \sqrt{225} = 15\ \text{cm}$$

GAngel

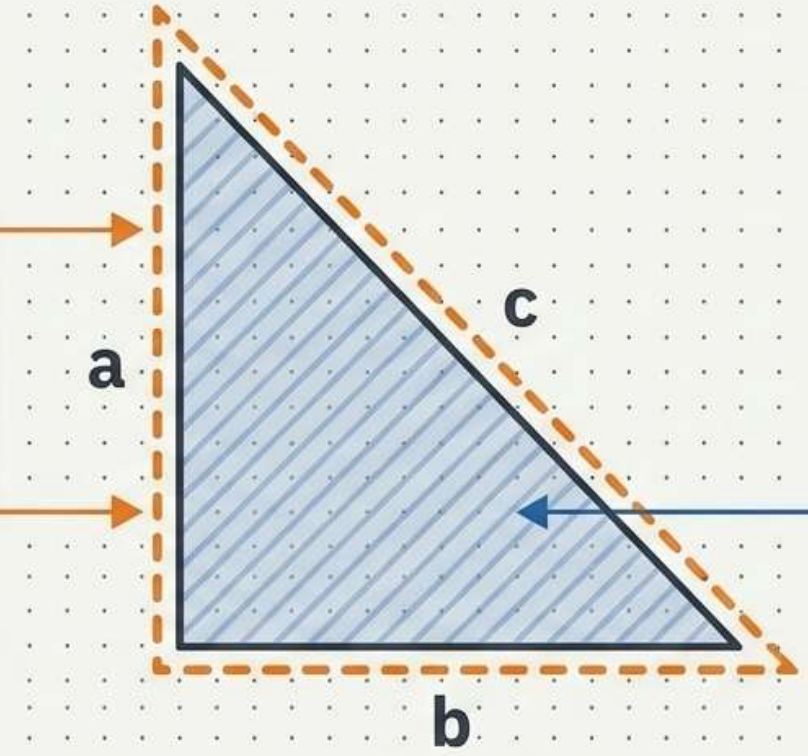

P = 54
c = 15
[КОРАК 3: ВИСИНА h_c]
Изводимо формулу: $h_c = \frac{2 \cdot P}{c}$
Убацујемо познате вредности: $h_c = \frac{2 \cdot 54}{15}$
$h_c = \frac{108}{15}$
$h_c = 7.2$ cm

Комплетирање модела: Обим и Површина

ОБИМ

$$O = a + b + c$$

Збир свих страница. Увек прво нађите непознату страницу Питагорином теоремом.



ПОВРШИНА

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

Половина производа катета.

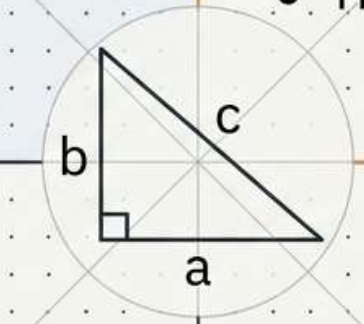
Архитектура Правоуглог Троугла: Потсетник

ОСНОВА (Питагорина теорема)

- Хипотенуза: $c^2 = a^2 + b^2$
- Катета: $a^2 = c^2 - b^2$

ПОВРШИНА (P)

- Преко катета: $P = (a \cdot b) / 2$
- Преко хипотенузе: $P = (c \cdot h_c) / 2$



ВИСИНА (h_c)

Формула: $h_c = (2 \cdot P) / c$

ОБИМ (O)

Формула: $O = a + b + c$

GAngel