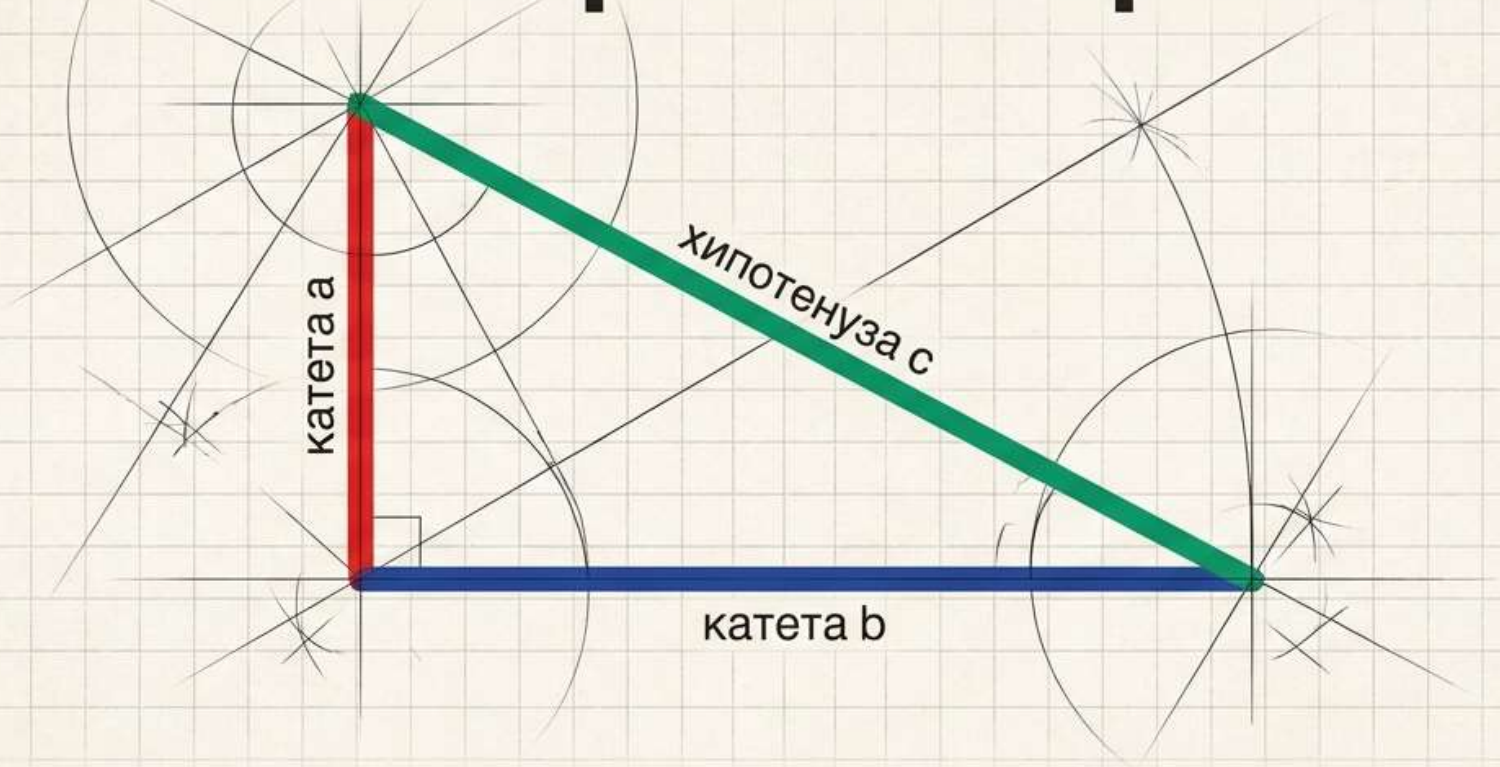
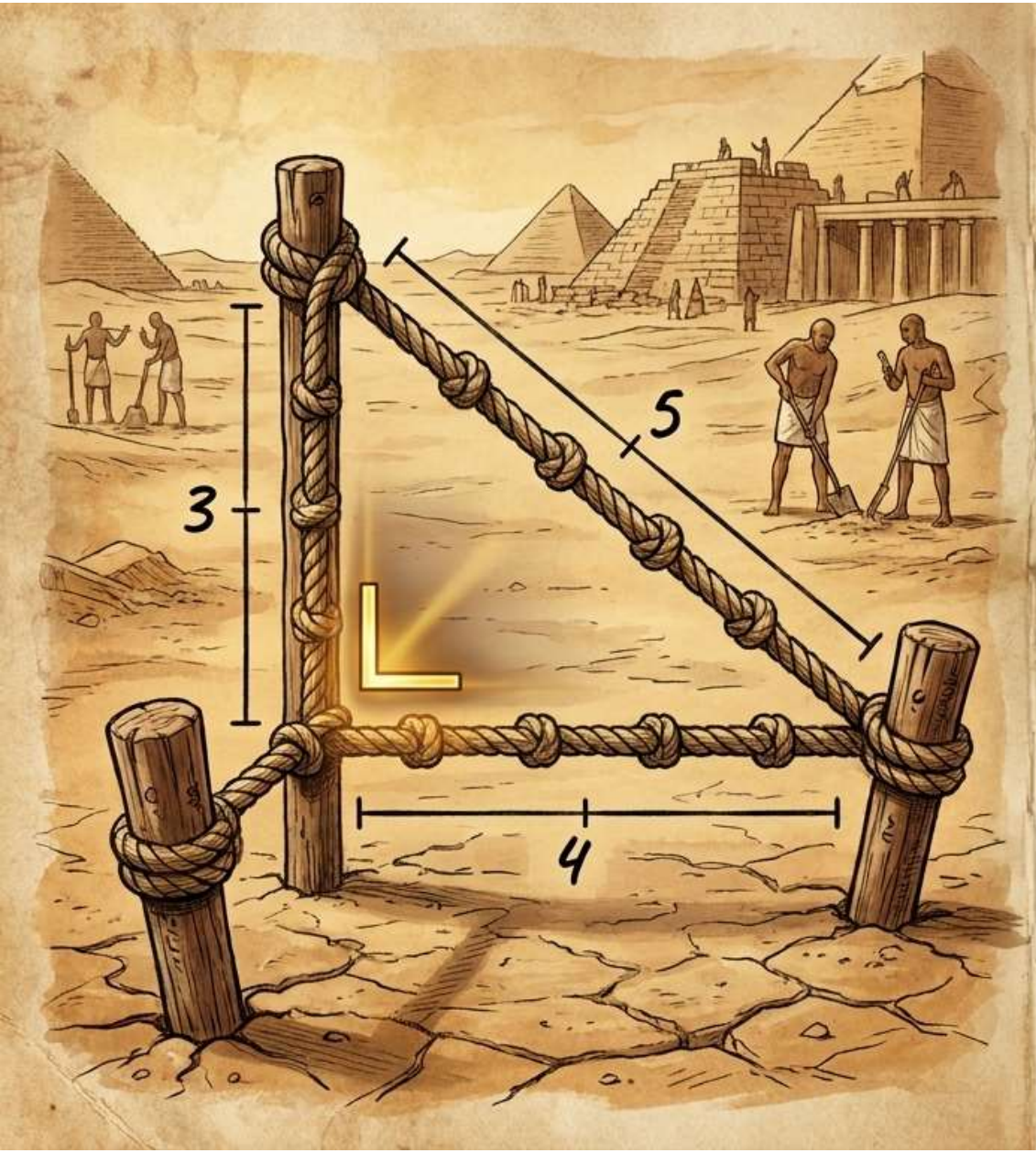
Питагорина теорема



Од египатског канапа до универзалног закона геометрије.



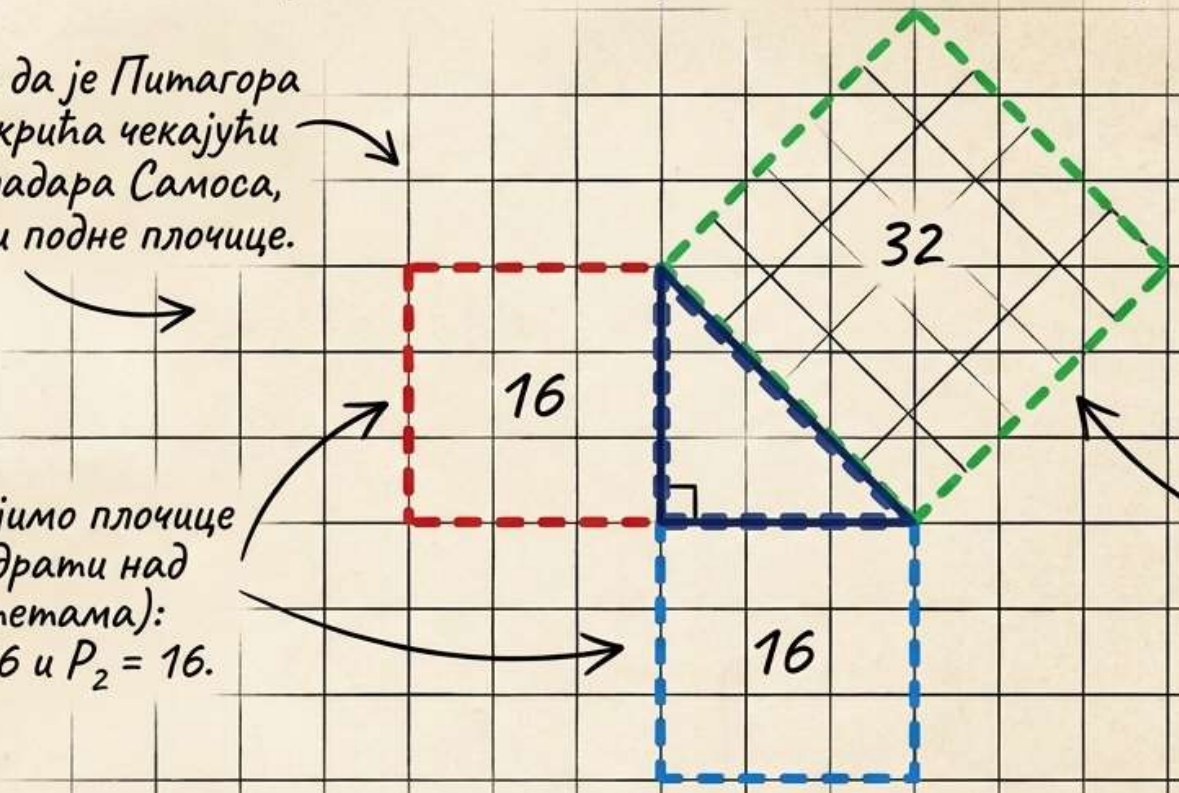
Тајна египатских градитеља

- ✓ **Алат:** Конопац подељен на 12 једнаких делова помоћу чворова.
- ✓ **Размера:** 3 : 4 : 5 (Египатски троугао).
- ✓ **Примена:** Развлачењем конопца око кочића увек се добија савршен прав угао, неопходан за прецизне грађевинске радове.
- ✓ **Математички доказ:** $3^2 + 4^2 = 5^2$ (9 + 16 = 25)

GAngel

Питагорино откриће на поду палате

Легенда каже да је Питагора дошао до открића чекајући пријем код владара Самоса, посматрајући подне плочице.



Пребројимо плочице (квадрати над катетама): $P_1 = 16$ и $P_2 = 16$.

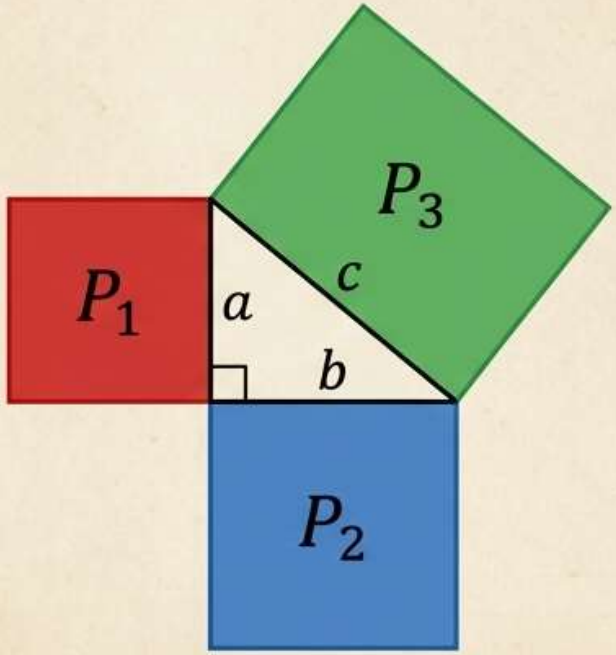
Пребројимо плочице (квадрат над хипотенузом): $P_3 = 32$.

Закључак: Збир површина мањих квадрата тачно је једнак површини великог квадрата ($16 + 16 = 32$). $P_1 + P_2 = P_3$.

„Квадрат над хипотенузом, то зна свако дете, једнак је збиру квадрата над обе катете.“

— Бранислав Нушић, *Аутобиографија* (1924)

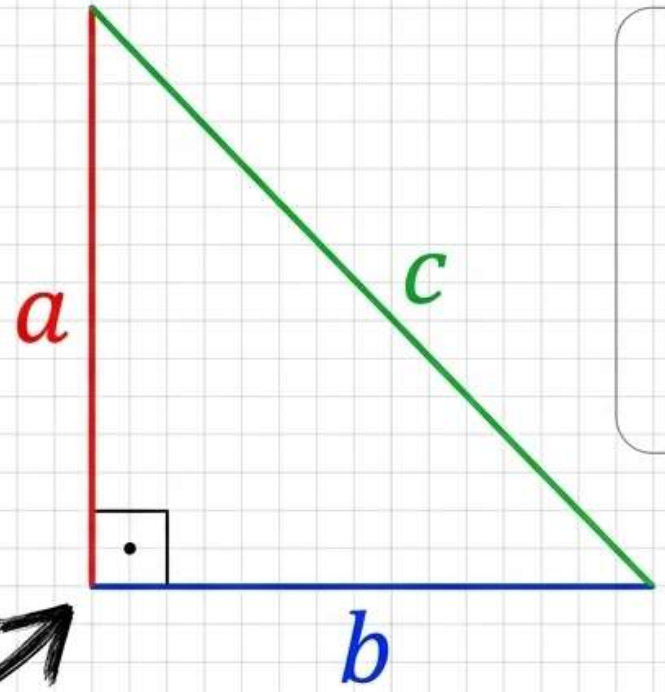
Формулација теореме (Нушићев метод)



$$P_1 + P_2 = P_3$$

Површина квадрата над хипотенузом (P_3) једнака је збиру површина квадрата конструисаних над његовим његовим катетама (P_1 и P_2).

Универзални математички запис



У сваком правоуглом троуглу важи:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Обратно правило:
Ако за странице било ког троугла важи $c^2 = a^2 + b^2$,
тај троугао је сигурно правоугли.

Алатка 1: Израчунавање непознате хипотенузе (c)

Поступак

1. **Формула** ($c^2 = a^2 + b^2$)
2. **Замена вредности**
3. **Квадрирање**
4. **Сабирање**
5. **Кореновање**

Пример А (Цео број)

Задато: $a = 3$ cm, $b = 4$ cm

$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 9 + 16 = 25$$

$$c = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Пример Б (Корен)

Задато: $a = 3$ cm, $b = 5$ cm

$$c^2 = 3^2 + 5^2$$

$$c^2 = 9 + 25 = 34$$

$$c = \sqrt{\mathbf{34}} \text{ cm}$$

GAngel

Алатка 2: Израчунавање непознате катете (a или b)

Концептуална напомена: Квадрат непознате катете једнак је разлици квадрата хипотенузе и познате катете.

Поступак

1. **Формула** ($b^2 = c^2 - a^2$)
2. **Замена вредности**
3. **Квадрирање**
4. **Одузимање**
5. **Кореновање**

Пример у пракси

Задато: $c = 10\ \text{cm}$, $a = 8\ \text{cm}$.

Тражи се b.

$$b^2 = 10^2 - 8^2$$

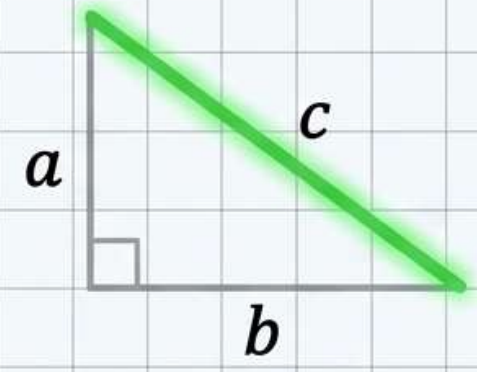
$$b^2 = 100 - 64$$

$$b^2 = 36$$

$$b = \sqrt{36} = 6\ \text{cm}$$

Упоредна матрица: Како бирати формулу?

Тражимо хипотенузу (c)

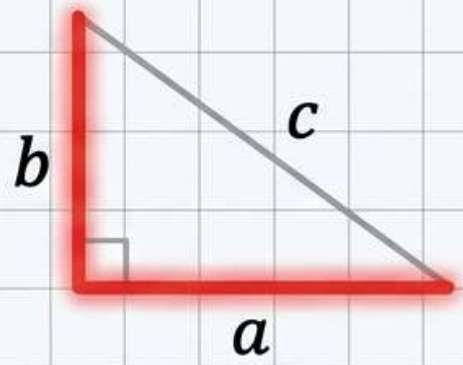


Правило: Када тражимо најдужу страницу, мање странице се удружују (САБИРАЊЕ).

Формула: $c^2 = a^2 + b^2$

Акција: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Тражимо катету (a или b)



Правило: Када имамо најдужу страницу, од ње одузимамо познати део (ОДУЗИМАЊЕ).

Формула: $a^2 = c^2 - b^2$

Акција: $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

GAngel

Алатка 3: Комплетна анализа троугла (Обим и Површина)

Сценарио: Познато: катета $b = 5\ \text{cm}$, хипотенуза $c = 13\ \text{cm}$.

Фаза 1: Питагора (Трећа страница)

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 = 13^2 - 5^2 \rightarrow 169 - 25 = 144$$

$$a = 12\ \text{cm}$$

Фаза 2: Израчунавање обима (O)

Концепт: Збир свих ивица.

$$O = a + b + c$$

$$O = 12 + 5 + 13 = 30\ \text{cm}$$

Фаза 3: Израчунавање површине (P)

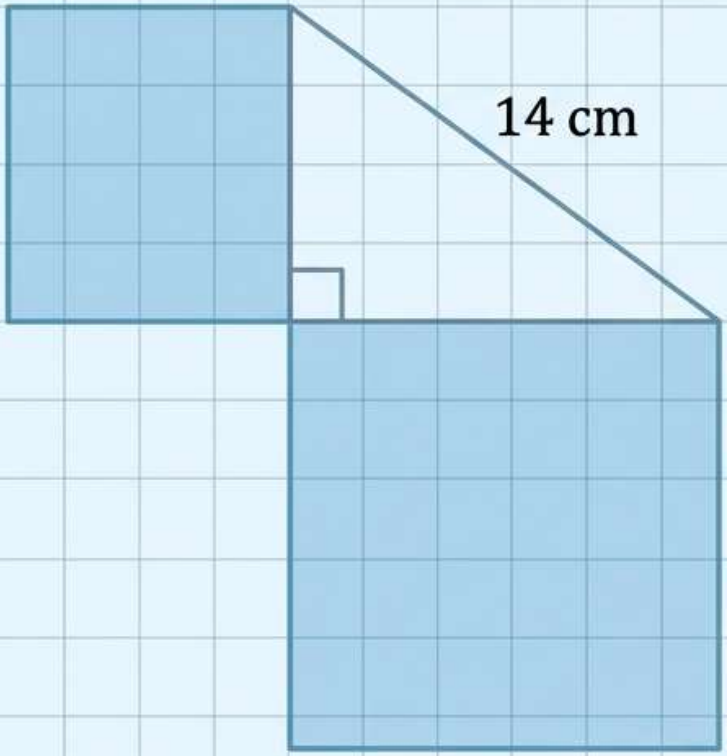
Концепт: Половина правоугаоника.

$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$P = \frac{12 \cdot 5}{2} = \frac{60}{2} = 30\ \text{cm}^2$$

GAngel

Алатка 4: Логика сложених фигура



Задатак: Израчунај површину осенченог дела (два квадрата над катетама).

Замка: Не знамо дужине катета a и b. Да ли нам требају? Не.

Повратак на основе: Према Питагориној теореми, збир површина квадрата над катетама ($P_1 + P_2$) једнак је површини квадрата над хипотенузом (P_3).

Решење: Осенчени део = Површина замишљеног квадрата над хипотенузом.

$$P_{\text{osenceno}} = c^2$$

$$P = 14 \cdot 14 = 196 \text{ cm}^2$$

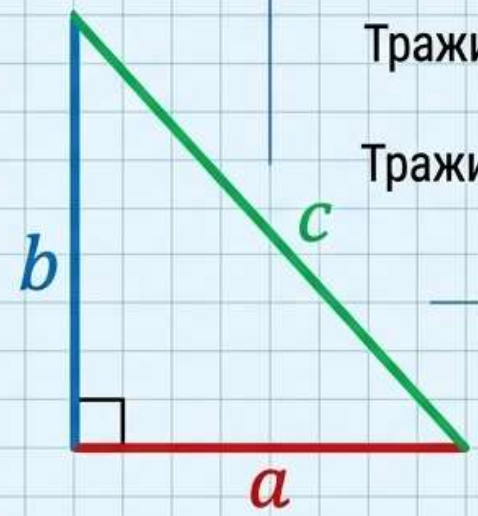
GAngel

Ваш геометријски нацрт: Питагорина алатка

Основна теорема

$$c^2 = a^2 + b^2$$

(Површина хипотенузе = Збир површина катета)



Изоловани елементи

Тражиш хипотенузу: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Тражиш катету: $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ | $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

Обим правоуглог троугла

Формула: $O = a + b + c$

(Дужина свих спољних ивица)

Површина правоуглог троугла

Формула: $P = \frac{a \cdot b}{2}$

(Множимо само катете, хипотенузу игноришемо за површину)

„Квадрат над хипотенузом, то зна свако дете, једнак је збиру квадрата над обе кат

GAngel