Najveći zajednički delilac (НЗД)

Od osnovnih principa do Euklidovog algoritma: Arhitektura brojeva

$$\text{НЗД}(a, b)$$

GAngel

Anatomija definicije: Šta zapravo tražimo?

NAJVEĆI

Tražimo apsolutni maksimum, a ne bilo koji broj.

ZAJEDNIČKI

Mora biti prisutan u DNK svih posmatranih brojeva.

DELILAC

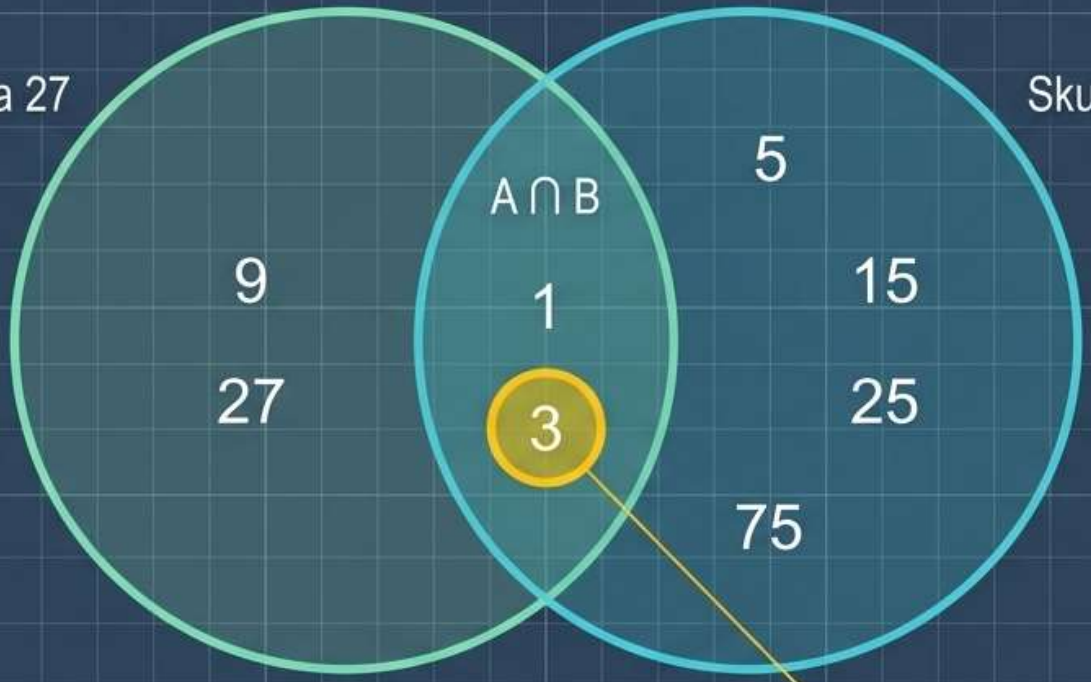
Broj koji deli polazne brojeve bez ostatka.

Formalna oznaka:
Najveći zajednički delilac datih prirodnih brojeva a i b jeste najveći od svih zajedničkih delilaca tih brojeva i najčešće se obeležava sa НЗД(a, b).

GAngel

Alat #1: Metoda preseka skupova (Temelj)

Idealno za manje brojeve. Potpuno vizuelno mapiranje svih delilaca.



Zajednički delioci su {1, 3}. Najveći je 3.
НЗД(27, 75) = 3

Alat #2: Metoda prostih činilaca (Standard industrije)

Brži, sistematski proces izdvajanja zajedničkog DNK kroz uspravnu liniju.
Primer: brojevi 42 i 70.

Korak 1 - Filter 2	Korak 2 - Filter 7	Korak 3 - Stop
Oba broja su deljiva sa 2	Oba broja su deljiva sa 7	
42, 70 | 2	21, 35 | 7	3, 5 | 
21, 35	3, 5	3 i 5 su uzajamno prosti. Nema više deljenja.

Proizvod izdvojenih faktora: НЗД(42, 70) = 2 · 7 = 14

GAngel

Skaliranje sistema: Procesuiranje tri broja

Zlatno pravilo: Delimo samo dok su SVI dati brojevi deljivi tim prostim činiocem.

28, 72, 140	2
14, 36, 70	2
7, 18, 35	

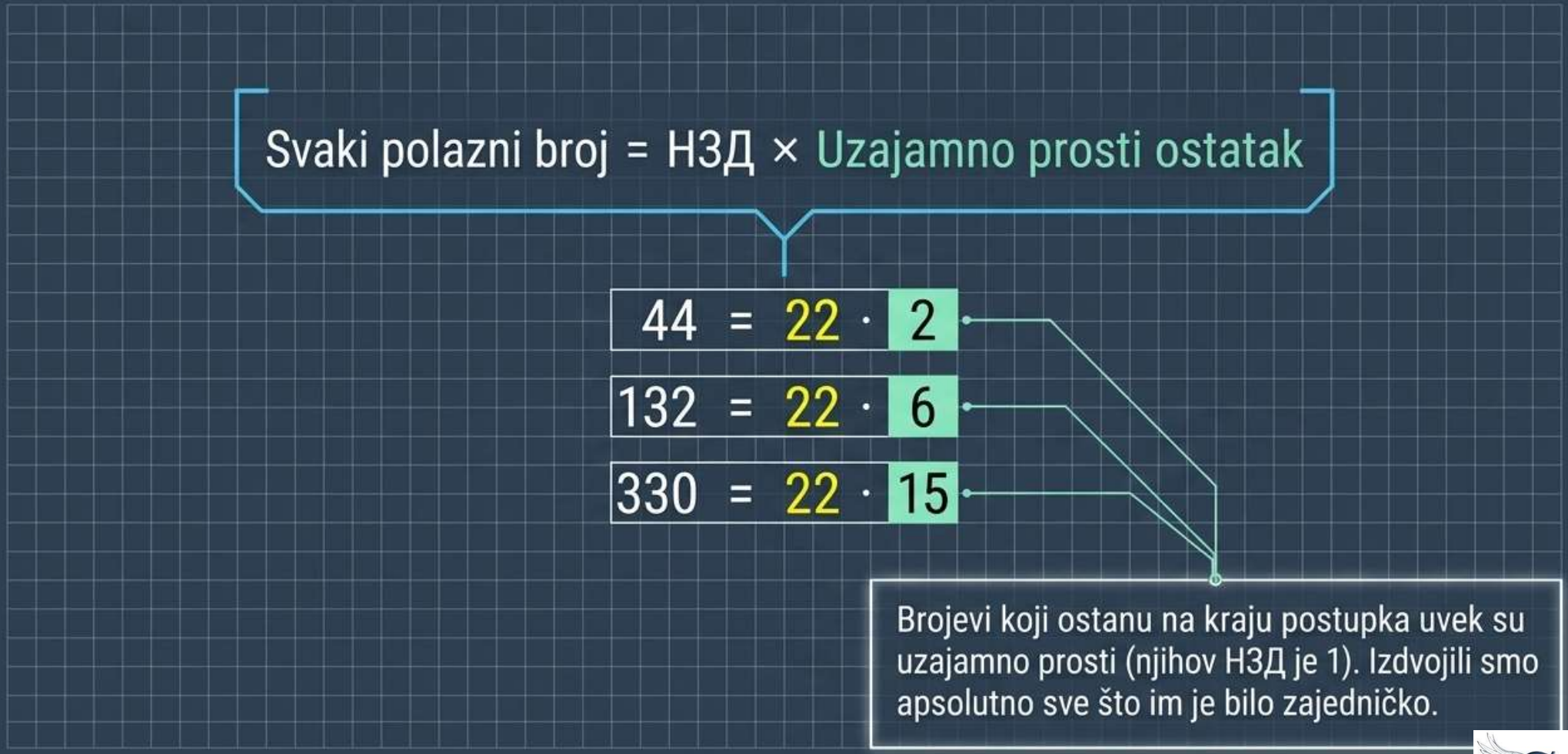
Zašto stajemo? Brojevi 7, 18 i 35 nemaju zajedničkog delioca osim jedinice (НЗД=1).

$$\text{НЗД}(28, 72, 140) = 2 \cdot 2 = 4$$

GAngel

Sinteza prva: Anatomija preostalih brojeva

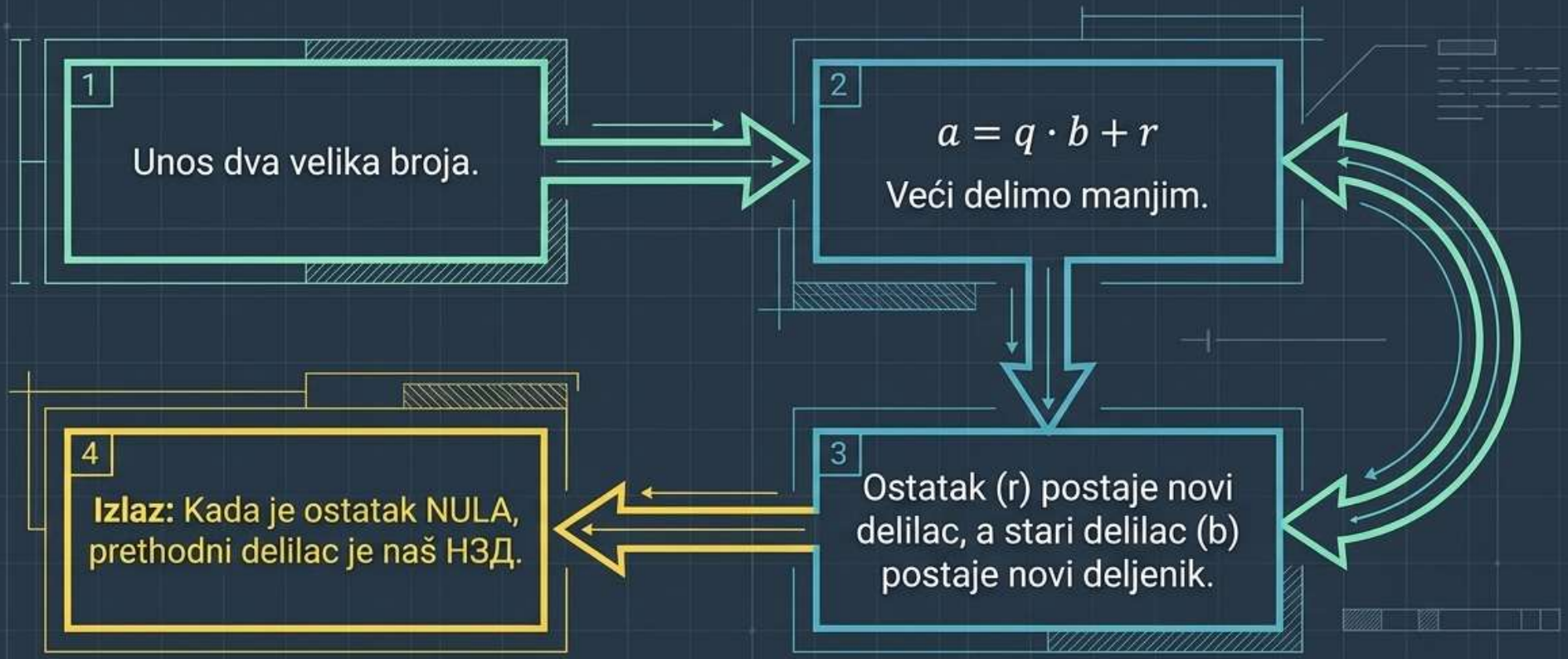
Posmatrajmo primer brojeva 44, 132 i 330. Kada izvučemo НЗД (22), šta ostaje na dnu linije?



GAngel

Alat #3: Euklidov algoritam (Teška artiljerija)

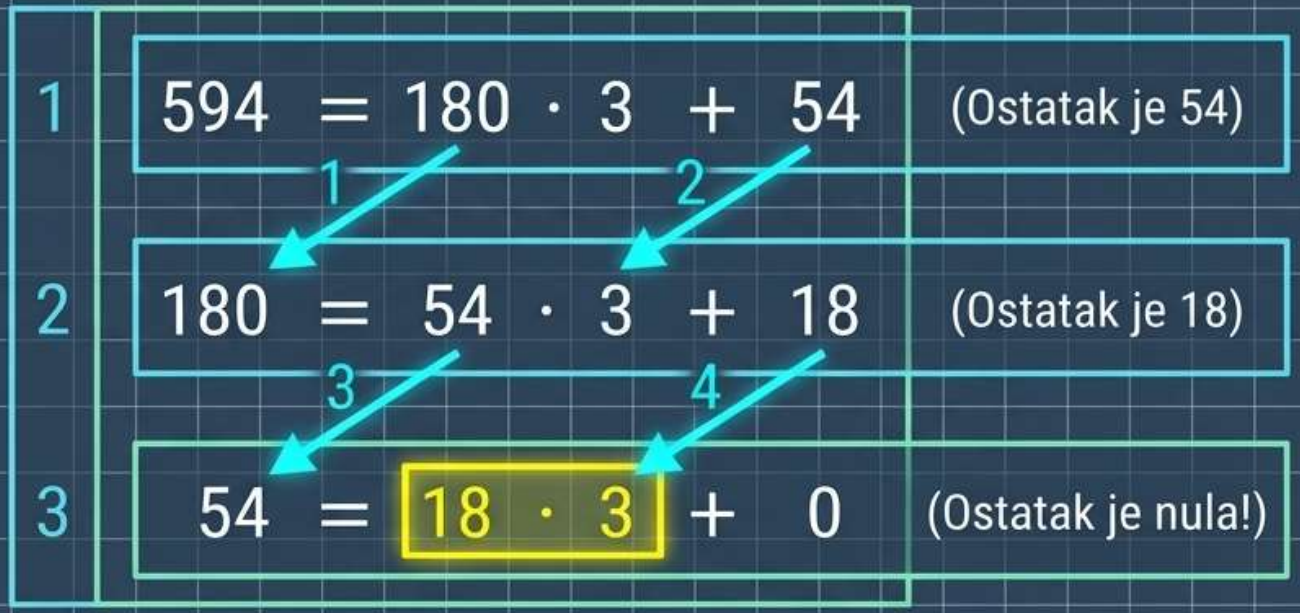
Metoda preseka i uspravna crta padaju u vodu kod ogromnih brojeva. Euklidov algoritam je inženjersko rešenje zasnovano na sukcesivnom deljenju.



GAngel

Euklid u praksi: Kaskadni vodopad

Zadatak: Pronaći НЗД za brojeve 594 i 180.



Poslednji ostatak različit od nule je pobednik. НЗД(594, 180) = 18

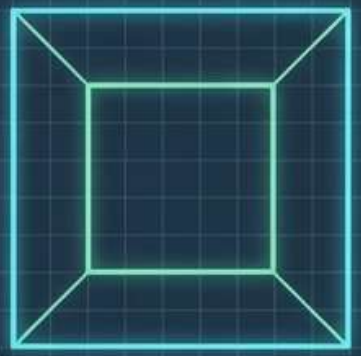
GAngel

Prečica #1: Pravilo direktne deljivosti

Zašto računati kada ne morate? Ako jedan broj vizuelno i matematički sadrži drugi u potpunosti, posao je završen.

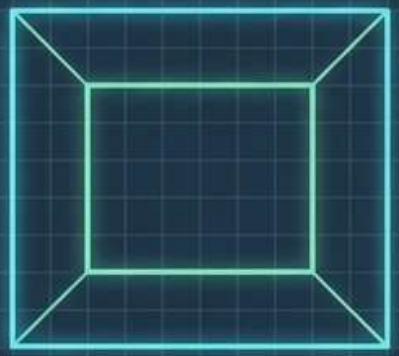
Ako je veći broj deljiv manjim brojem, njihov НЗД je upravo taj manji broj.

Panel 1



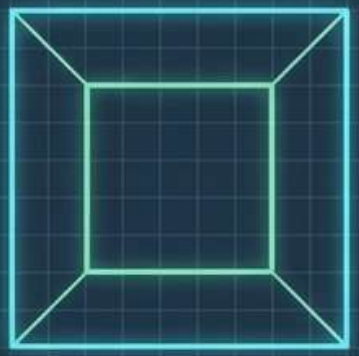
НЗД(20, 5) = **5**

Panel 2



НЗД(64, 16) = **16**

Panel 3



НЗД(14, 7) = **7**

GAngel

Prečica #2: Uzajamno prosti brojevi

Kada brojevi nemaju nijedan zajednički prost delilac, njihov НЗД je uvek 1. Ovo se može desiti u tri različita scenarija:

Prost + Prost	Prost + Složen	Složen + Složen
Oba broja su prosta.	Jedan prost, jedan složen.	Oba broja su složena, ali se 'promašuju'.
Primer: 3 i 13	Primer: 5 i 9	Primer: 4 i 25
НЗД(3, 13) = 1	НЗД(5, 9) = 1	НЗД(4, 25) = 1

GAngel

Krovna sinteza: Matrica za izbor alata

Koji pristup koristiti u zavisnosti od zadatka pred vama?

	1. Presek skupova	2. Uspravna linija	3. Euklidov algoritam
Mehanizam	Mapiranje svih delilaca	Izdvajanje prostih činilaca	Sukcesivno deljenje ostatkom
Idealan scenario	Vrlo mali brojevi	Standardni brojevi i nizovi od 3+ broja	Ekstremno veliki, glomazni brojevi
Glavna prednost	Vizuelno najjasnije	Brzo i sistematično	Ne zahteva poznavanje prostih brojeva
Ograničenje	Nemoguće za velike brojeve	Postaje nepregledno kod ogromnih vrednosti	Radi samo za dva broja istovremeno

GAngel

Ultimativni podsetnik



Suština

НЗД nije samo broj, to je najveći zajednički genetski materijal dva ili više brojeva.



Fleksibilnost

Ne postoji jedan savršen metod. Alat birate spram arhitekture broja (mali, više njih, ogromni).



Efikasnost

Pre nego što počnete da računate, proverite prečice. Da li su deljivi? Da li su uzajamno prosti? Štedite vreme.

Pronalaženje НЗД-a je stvar pronalaska prave perspektive.

GAngel