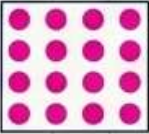
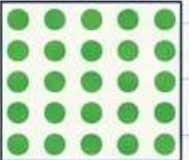


Квадрат рационалног броја

Архитектура множења: Од геометријских
основа до напредне анализе

Геометријско порекло

	4
	9
	16
	25

Површина квадрата једнака је
производу дужина његових страница.

Скраћени запис

Квадрат рационалног броја
јесте број који је једнак
производу тог броја са
самим собом.

$$a^2 = a \cdot a, a \in \mathbb{Q}$$

За производ два иста чиниоца користимо
скраћени запис који читамо "на квадрат".

Квадрат рационалног броја не може бити негативан! ($a^2 \geq 0$)

$$(+a) \cdot (+a) = +a^2$$

$$6^2 = 6 \cdot 6 = 36$$

Производ два
позитивна броја

$$(-a) \cdot (-a) = +a^2$$

$$(-10)^2 = (-10) \cdot (-10) = 100$$

Производ два
негативна броја
даје позитиван
резултат



Закон супротних бројева

Квадрати узајамно супротних бројева међусобно су једнаки.

$$a^2 = (-a)^2 = |a|^2$$

Доказ: $2^2 = 4$ и $(-2)^2 = 4$

Број 1

Број 1 је једнак свом квадрату.

$$1^2 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$(-1)^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$$

Број 0

Број 0 је једнак свом квадрату.

$$0^2 = 0 \cdot 0 = 0$$

Квадрат разломка
једнак
једнак је производу
тог разломка са
самим собом.
Бројилац се множи
бројиоцем, а имени-
лац имениоцем.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

$$\left[-\frac{2}{5}\right]^2 = \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{4}{25}$$

Обавезне заграде! Означавају да се квадрира цео разломак укључујући и минус.

ОПРЕЗ: Замка мешовитих бројева!



$$1\frac{1}{2^2} \neq 1^2 \text{ и } \left(\frac{1}{2}\right)^2 \neq 1\frac{1}{4}$$

Никада не квадрирајте
целобројни део и
разломак одвојено!



Мешовити број се **ОБАВЕЗНО**
мора претворити у **неправилан**
разломак пре квадрирања!

Мешовити
број

Неправилан
разломак

Квадрирање

Квадрирање броја $1 \frac{1}{2}$

Корак 1: Претварање

$$1 \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{3}{2}$$

Корак 2: Квадрирање

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)$$

Резултат

$$\frac{9}{4} \text{ (или } 2 \frac{1}{4}\text{)}$$

Квадрирање броја $2 \frac{1}{3}$

Корак 1: Претварање

$$2 \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

Корак 2: Квадрирање

$$\left(\frac{7}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right) \cdot \left(\frac{7}{3}\right)$$

Резултат

$$\frac{49}{9} \text{ (или } 5 \frac{4}{9}\text{)}$$

Квадрирање децималних бројева

$$0.1^2 = 0.1 \cdot 0.1 = 0.01$$

1 децимално место $\times$ 1 децимално место
= 2 децимална места у резултату.

$$(-0.03)^2 = (-0.03) \cdot (-0.03) = 0.0009$$



Заграде су обавезне за
негативне децималне бројеве!

2 децимална места $\times$ 2 децимална места
= 4 децимална места (0.0009)



Иако је почетни број
негативан, резултат
је позитиван.

Анализа понашања: Како квадрирање мења величину броја?

Бројеви већи од 1
($x > 1$)

Квадрат је већи од
самог броја. ($x^2 > x$)

$$2^2 = 4$$



$$\Rightarrow 4 > 2$$



Бројеви између 0 и 1
($0 < x < 1$)

Квадрат је мањи од
самог броја. ($x^2 < x$)

$$(0.1)^2 = 0.01$$



$$\Rightarrow 0.01 < 0.1$$



Негативни бројеви
($x < 0$)

Квадрат је увек већи јер
је резултат позитиван.

$$(-0.03)^2 = 0.0009$$



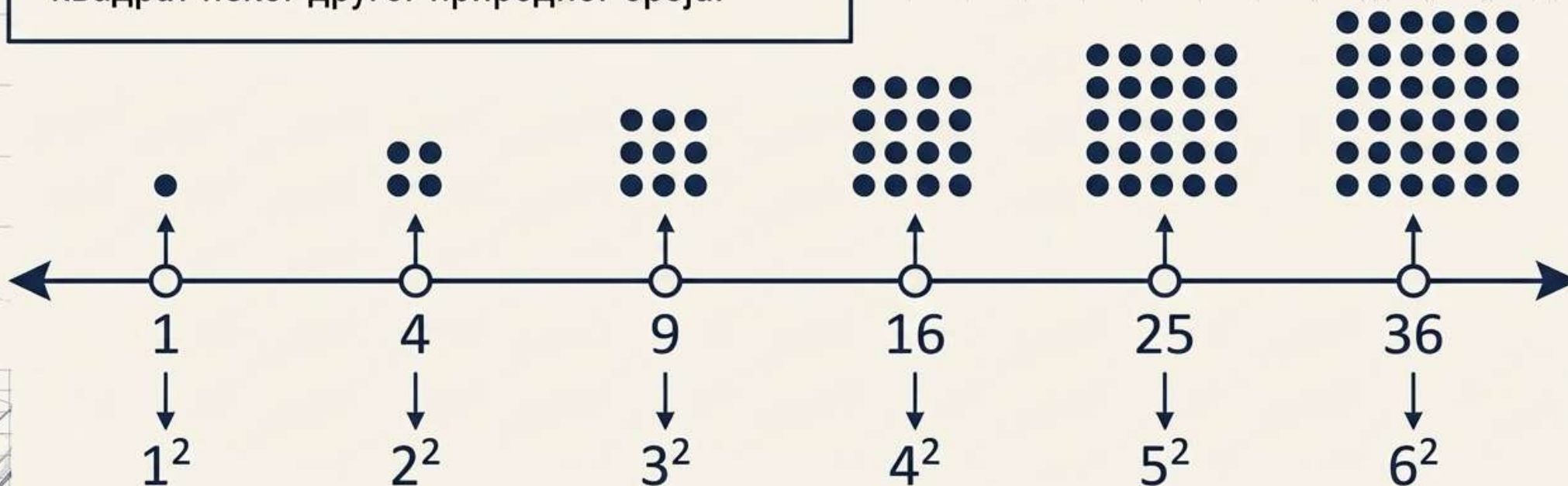
$$\Rightarrow 0.0009 > -0.03$$



Додатни закључак: Ако је $x < y$ (за позитивне бројеве), тада је и $x^2 < y^2$.

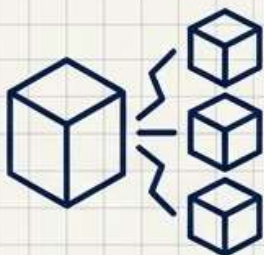
Шта је потпуни квадрат?

Потпун квадрат јесте природни број који је квадрат неког другог природног броја.



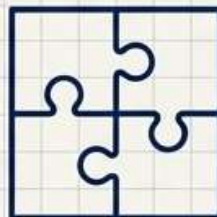
Ови бројеви се најчешће користе у наредним математичким областима.

Дијагностички тест за потпуни квадрат



Корак 1: Растављање

Број делимо искључиво његовим простим чиниоцима.



Корак 2: Удруживање

Чиниоце групишемо по два иста како бисмо их записали у облику квадрата.



Корак 3: Закључак

Да би био потпун квадрат, сваки чинилац мора имати свој пар. Тражимо чинилац којем "недостаје пар".

Да ли је 675 потпун квадрат?

Корак 1: Растављање

$$675 : 3 = 225$$



$$225 : 3 = 75$$



$$75 : 3 = 25$$



$$25 : 5 = 5$$



$$5 : 5 = 1$$

$$675 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

Корак 2: Удруживање

$$\underbrace{(3 \cdot 3)} \cdot \underbrace{(5 \cdot 5)} \cdot 3 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \rightarrow$$

Корак 3: Закључак

Број 675 **НИЈЕ** потпун квадрат јер једној тројци недостаје пар!

Како га поправити?
Помножити са 3!

$$675 \cdot 3 = (3 \cdot 5 \cdot 3)^2 = 45^2 = 2025.$$

Број 2025 је потпун квадрат броја 45.

Којим најмањим бројем помножити 405 да би постао потпун квадрат?

Корак 1: Растављање

$$405 : 3 = 135$$



$$135 : 3 = 45$$



$$45 : 3 = 15$$



$$15 : 3 = 5$$



$$5 : 5 = 1$$

$$405 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

Корак 2: Удруживање

$$\underbrace{(3 \cdot 3)}_{3^2} \cdot \underbrace{(3 \cdot 3)}_{3^2} \cdot 5 = 3^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$



Броју 5 недостаје пар!
405 НИЈЕ потпун
квадрат.

Решење:
Помножити са 5!

$$405 \cdot 5 = (3 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 45^2 = 2025.$$

МИНИ-ТЕСТ: Провера знања

Тврдња: $5^2 = 10$

НЕТАЧНО. $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$.

Тврдња: $4 \cdot 4 = 4^2$

ТАЧНО. По дефиницији квадрата броја.

Тврдња: $(-2)^2 = -4$

НЕТАЧНО. Квадрат рационалног броја не може бити негативан. Резултат је +4.

Тврдња: $(-11)^2 = 121$

ТАЧНО. Производ два негативна броја даје позитиван резултат.

Архитектура Квадрата: Главни подсетник

Основно правило

- $a^2 = a \cdot a$
- $a^2 \geq 0$ (Увек позитиван или нула)

Разломци и Мешовити

- **Разломци:** Квадрирај и бројилац и именилац.
- **Мешовити:** Обавезно претвори у неправиан разломак пре рачунања!

Децимални бројеви

- Пази на заграде код негативних!
Пример: $(-0.03)^2 = 0.0009$

Величина броја

- $x > 1 \Rightarrow x^2 > x$ (Расте)
- $0 < x < 1 \Rightarrow x^2 < x$ (Смањује се)