

VIZUELNI VODIČ ZA UČENIKE

Arhitektura brojeva

Racionalni brojevi, razlomci i decimale –
– rastavljeni na delove

Univerzum brojeva

$\mathbb{N}$: Prirodni brojevi
(1, 2, 3...)

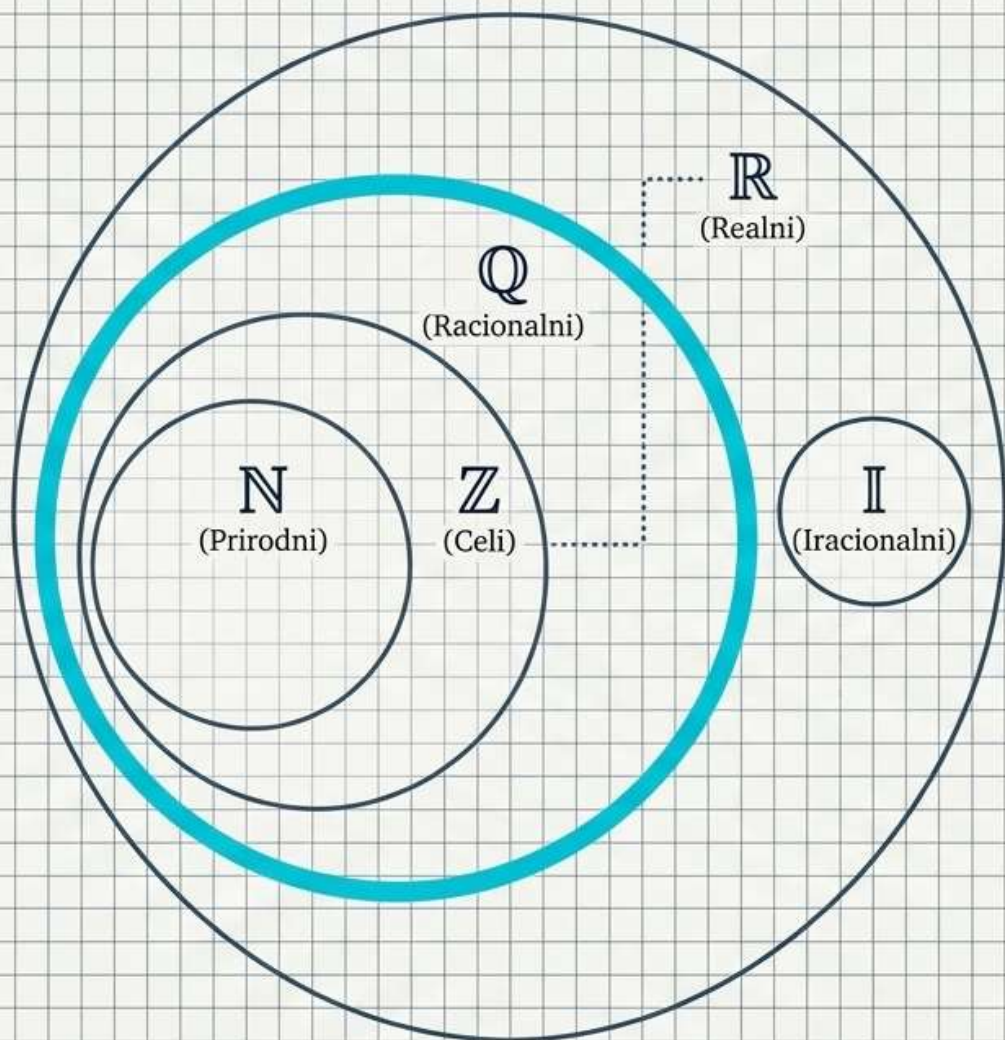
$\mathbb{Z}$: Celi brojevi
(Dodati nula i negativni)

$\mathbb{Q}$: Racionalni brojevi
(Razlomci)

$\mathbb{R}$: Realni brojevi
(Unija $\mathbb{Q}$ i $\mathbb{I}$)

Skup $\mathbb{N}$ je dva puta „proširivan“
da bismo stigli do skupa $\mathbb{Q}$.

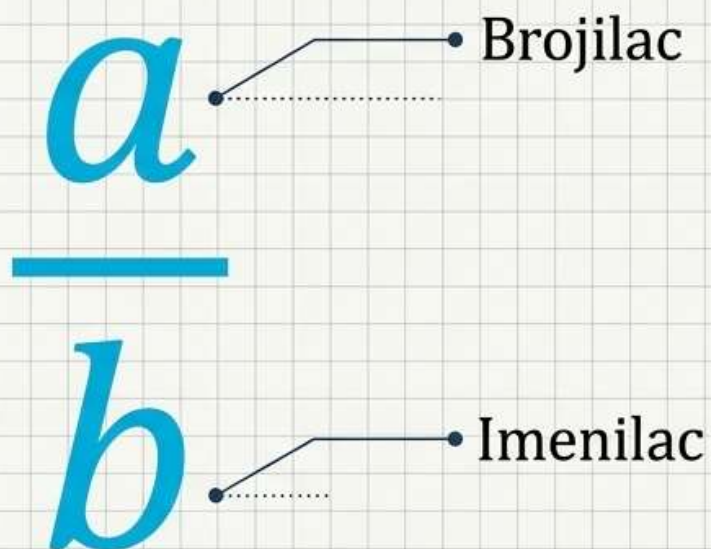
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$



Katalizatori: Zašto su nam potrebni novi brojevi?

Problem (Jednačina)	Ograničenje (Zaključana vrata)	Rešenje (Novi skup)
$x + 5 = 2$	Ne postoji prirodan broj koji ovo rešava (jer je $2 < 5$).	Skup celih brojeva ($\mathbb{Z}$). $x = -3$.
$2 \cdot x = -9$	Deljenje celih brojeva ne daje uvek ceo broj. Nema rešenja u skupu $\mathbb{Z}$. Skup racionalnih brojeva ($\mathbb{Q}$)	Skup racionalnih brojeva ($\mathbb{Q}$). $x = -\frac{9}{2}$.
$x^2 = 2$	Kvadrat nijednog racionalnog broja nije 2.	Skup iracionalnih brojeva ($\mathbb{I}$). $x = \sqrt{2}$.

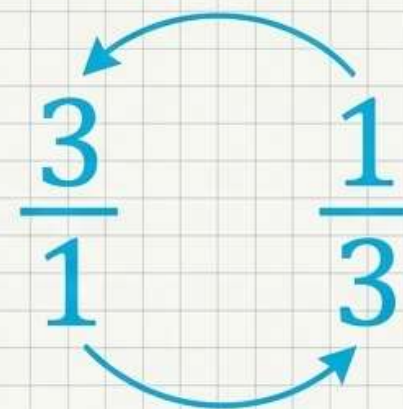
Anatomija racionalnog broja



The diagram shows a fraction $\frac{a}{b}$ in blue. A horizontal dotted line extends from the numerator 'a' to a label 'Brojilac' (Numerator). Another horizontal dotted line extends from the denominator 'b' to a label 'Imenilac' (Denominator).

Racionalni brojevi su svi brojevi koji mogu da se zapišu u obliku razlomka (a/b) , gde $a, b \in \mathbb{Z}$ i $b \neq 0$.

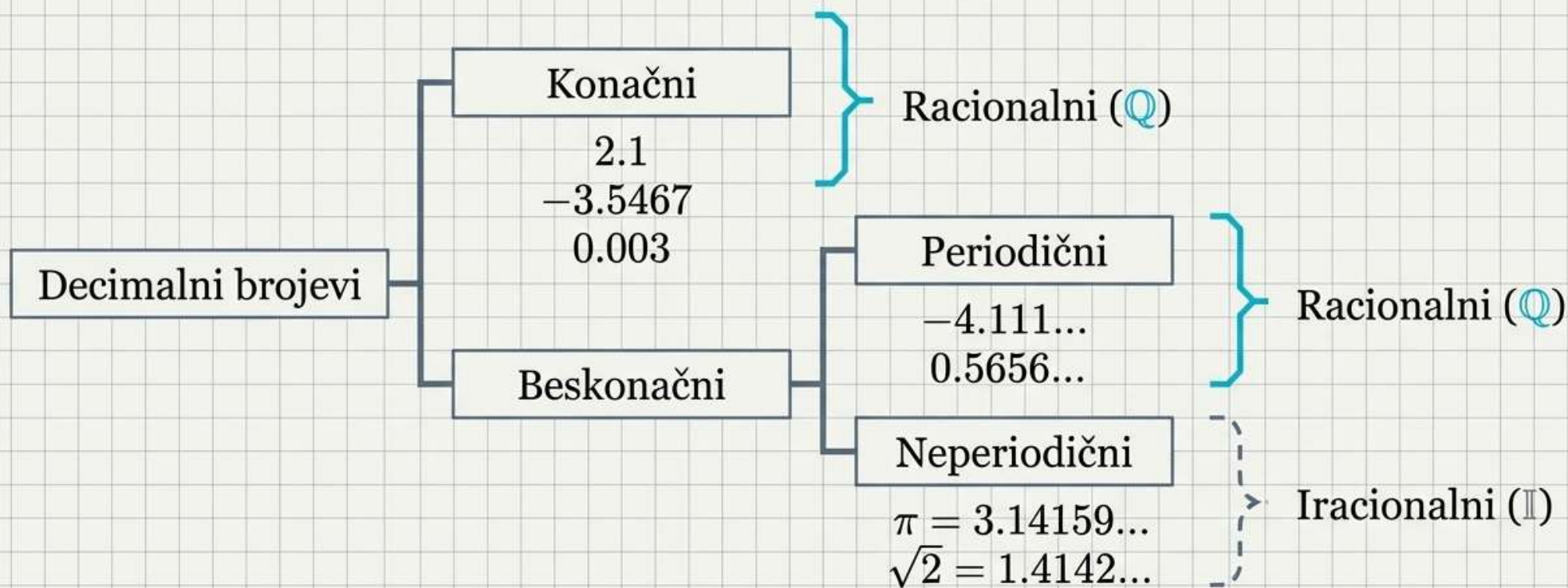
Recipročna vrednost



Recipročan razlomak dobijamo tako što brojocu i imeniocu zamenimo mesta.

	$\frac{4}{5} \rightarrow \frac{5}{4}$	
	$-\frac{7}{2} \rightarrow -\frac{2}{7}$	
	$3 \rightarrow \frac{1}{3}$	

Taksonomija decimalnih brojeva



Samo konačni i beskonačni periodični decimalni brojevi mogu da se pretvore u razlomak!

Mehanika konverzije: Decimala u Razlomek (Konačni)

$$\left[0.5 = \frac{5}{10} \right]$$

$$\left[0.05 = \frac{5}{100} \right]$$

$$\left[0.45 = \frac{45}{100} \right]$$

Imenilac je dekadna jedinica koja ima onoliko nula koliko ima cifara iza zareza.

Mehanika konverzije: Razlomak u Decimalu

Metoda 1: Proširivanje razlomka

$$\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{5}{5} \right] = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$\text{A. } \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{25}{25} \right] = \frac{75}{100} = 0.75$$

$$\text{B. } \frac{11}{200} \cdot \left[\frac{5}{5} \right] = \frac{55}{1000} = 0.055$$

Uslov: Imenilac mora biti broj koji može da se proširi u 10, 100, 1000...

Metoda 2: Deljenje brojioca imeniocem (**Univerzalna metoda**)

$$\frac{1}{3} : 1 : 3 = 0.333...$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 9 \\ \hline 1 \end{array}$$

(Kada „spustimo“ prvu nulu iza zareza, u tom trenutku stavljamo zarez u rezultatu)

$$\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$$

Ova metoda **uvek radi**. Neki razlomci će dati konačan decimalni broj, a neki beskonačan periodičan.

Tajna beskonačnih periodičnih brojeva

Kako ugasiti beskonačnost?

1	$10x = 7.\overline{777}$	}	$\rightarrow x = \frac{7}{9}$
2	$- x = 0.\overline{777}$		
4	$9x = 7$		

Skaliranje sistema: Dvocifreni period

Neka je $x = 0.232323\dots$

Pošto se 2 cifre ponavljaju, množimo sa 100:

$$\begin{array}{r} 100x = 23.2323\dots \\ - x = 0.2323\dots \\ \hline 99x = 23 \end{array}$$

$$x = 23/99$$

Zlatno pravilo

1 periodična cifra = množimo sa 10 (imenilac 9).

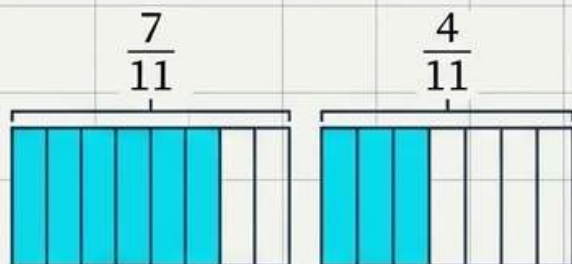
2 periodične cifre = množimo sa 100 (imenilac 99).

Pravila upoređivanja razlomaka

Isti imenioci

Veći je onaj čiji je brojilac veći.

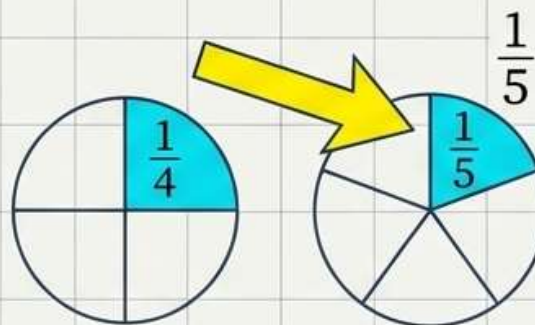
$$\frac{7}{11} > \frac{4}{11}$$



Isti brojioci

Veći je onaj čiji je imenilac manji.

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$$



Različiti

Proširiti do zajedničkog imenioca.

Uporedi $\frac{3}{4}$ i $\frac{4}{5}$.

$$\left[\begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \\ \frac{4}{5} = \frac{16}{20} \end{array} \right]$$

Zato, $\frac{16}{20} > \frac{15}{20}$.

Apsolutna vrednost: Fizička udaljenost



$$|-2| = 2$$

$$|2| = 2$$

Apsolutna vrednost predstavlja isključivo udaljenost broja od nule na brojevnoj pravoj. Udaljenost nikada ne može biti negativna.

Sinteza: Dva jezika, ista istina

The Universal Rosetta Stone



Racionalni brojevi su savršeno definisan sistem. Bilo da koristite konačne decimale, beskonačne periodične decimale, ili razlomke – to su samo različiti alati za navigaciju na istoj brojevnoj pravoj.